

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«УЛЬЯНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Ю. В. Псигин

**ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
В МАШИНОСТРОЕНИИ»**

Учебное пособие

Под общей редакцией доктора технических наук,
профессора Н. И. Веткасова

Ульяновск
УлГТУ
2014

УДК 621.391.01(075)

ББК 34.5 : 32.965я7

П 86

Рецензенты: кафедра «Математическое моделирование технических систем»
Ульяновского государственного университета;
старший научный сотрудник ЭАЦ НИТИ им. С. П. Капицы
УлГУ, канд. техн. наук В. А. Щепочкин

Утверждено редакционно-издательским советом
в качестве учебного пособия

Псигин, Ю. В.

П86 Лабораторный практикум по дисциплине «Математическое моделирование в машиностроении» : учебное пособие / Ю. В. Псигин ; под общ. ред. Н. И. Веткасова. – Ульяновск : УлГТУ, 2014. – 137 с.

ISBN 978-5-9795-1313-3

Учебное пособие разработано в соответствии с рабочей программой дисциплины «Математическое моделирование в машиностроении» для студентов направления 15.04.05 «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств».

Пособие предназначено для использования при самостоятельной работе студентов и проведении лабораторных и практических занятий. В нем изложены основы применения для решения производственных задач методов теории графов и линейного программирования, моделирования процессов производства продукции на предприятиях машиностроения и организации машиностроительного производства как системы массового обслуживания.

Учебное пособие подготовлено на кафедре «Технология машиностроения» УлГТУ.

УДК 621.391.01(075)

ББК 34.5 : 32.965я7

ISBN 978-5-9795-1313-3

© Псигин Ю. В., 2014.

© Оформление УлГТУ, 2014.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	6
ПРАВИЛА ТЕХНИКИ БЕЗОПАСНОСТИ ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ.....	11
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1. РАЗМЕРНЫЙ АНАЛИЗ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА С ПРИМЕНЕНИЕМ ТЕОРИИ ГРАФОВ	16
1.1. Выявление технологических размерных цепей при помощи теории графов.....	16
1.2. Методика расчета технологических размерных цепей	27
1.3. Задание к лабораторной работе № 1.....	30
1.4. Содержание работы.....	30
1.5. Средства технологического оснащения	31
1.6. Порядок выполнения работы	31
1.7. Содержание отчета по лабораторной работе № 1.....	35
1.8. Контрольные вопросы.....	37
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2. ПРОВЕРКА АДЕКВАТНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ШЕРОХОВАТОСТИ ПОВЕРХНОСТИ РЕАЛЬНЫМ УСЛОВИЯМ МЕХАНИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ЗАГОТОВОК.....	38
2.1. Формирование шероховатости при обработке резанием.....	38
2.2. Задание к лабораторной работе № 2.....	43
2.3. Содержание работы.....	43
2.4. Средства технологического оснащения	44
2.5. Порядок выполнения работы	45
2.6. Содержание отчета по лабораторной работе № 2.....	49
2.7. Контрольные вопросы.....	50
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3. РЕШЕНИЕ ТРАНСПОРТНОЙ ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫМ МЕТОДОМ	51
3.1. Постановка транспортной задачи	51
3.2. Распределительный метод решения транспортной задачи.....	52
3.3. Вырождение при решении транспортной задачи и способы его устранения	64

3.4. Открытая модель транспортной задачи	65
3.5. Задание к решению транспортной задачи распределительным методом.....	70
3.6. Задание к решению открытой модели транспортной задачи	72
3.7. Содержание работы.....	73
3.8. Средства технологического оснащения	74
3.9. Порядок выполнения работы	74
3.10. Содержание отчета по лабораторной работе № 3.....	75
3.11. Контрольные вопросы.....	77

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4. ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ЗАДАЧ

4.1. Основные понятия и определения	78
4.2. Общая характеристика систем массового обслуживания.....	80
4.3. Оценка эффективности разомкнутой многоканальной системы массового обслуживания.....	86
4.4. Оценка эффективности замкнутой многоканальной системы массового обслуживания.....	91
4.5. Задание к лабораторной работе № 4.....	96
4.6. Содержание работы.....	97
4.7. Средства технологического оснащения	98
4.8. Порядок выполнения работы	98
4.9. Содержание отчета по лабораторной работе № 4.....	101
4.10. Контрольные вопросы.....	103

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5. ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ НА ПРИМЕРЕ РАБОТЫ РОБОТОТЕХНИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА

5.1. Общие положения	105
5.2. Устройство микроконтроллера МКП-1.....	107
5.3. Принцип работы микроконтроллера МКП-1.....	110
5.4. Программирование работы микроконтроллера МКП-1.....	115
5.5. Формирование исходных данных и описание модели	117
5.6. Задание к лабораторной работе № 5.....	119
5.7. Содержание работы.....	120
5.8. Средства технологического оснащения	121
5.9. Порядок выполнения работы	121
5.10. Содержание отчета по лабораторной работе № 5.....	122

5.11. Контрольные вопросы.....	123
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	124
ОСНОВНЫЕ ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ПОНЯТИЯ	125
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	129
ПРИЛОЖЕНИЕ А. Минимальные припуски на механическую обработку.....	130
ПРИЛОЖЕНИЕ Б. Допуски на диаметры валов и отверстий и линейные размеры	133
ПРИЛОЖЕНИЕ В. Значения критерия Кохрена при доверительной вероятности $P = 0,95$	133
ПРИЛОЖЕНИЕ Г. Значение критерия Стьюдента при доверительной вероятности $P = 0,95$	134
ПРИЛОЖЕНИЕ Д. Значение критерия Фишера при доверительной вероятности $P = 0,95$	134
ПРИЛОЖЕНИЕ Ж. Система команд микроконтроллера МКП-1	135
ПРИЛОЖЕНИЕ И. Блок-схема алгоритма программы «ROBOT»	136

ВВЕДЕНИЕ

Представление о модели и моделировании

Математическое моделирование – это исследование явлений, процессов, систем или объектов путем построения и изучения их моделей и использования последних для определения или уточнения характеристик и рациональных способов построения вновь конструируемых технологических процессов, систем и объектов.

Математическая модель – это абстракция реального мира, в которой интересующие исследователя отношения между реальными элементами заменены подходящими отношениями между математическими категориями. Эти отношения, как правило, представлены в форме уравнений и (или) неравенств, характеризующих функционирование моделируемой реальной системы. Искусство построения математических моделей состоит в том, чтобы совместить как можно большую лаконичность в ее математическом описании с достаточной точностью модельного воспроизводства именно тех сторон анализируемой реальности, которые интересуют исследователя.

Перевод реального мира на язык математики позволяет получить более точное представление о наиболее существенных его свойствах и в некотором смысле предсказать будущее. Математическая модель позволяет заранее исследовать свойства системы и наметить пути ее наилучшей реализации.

Моделирование – творческий процесс, требующий серьезной подготовки и переработки большого объема информации, сочетающий в себе трудоемкость и эвристические начала и носящий вероятностный (стохастический) характер.

«Математическое моделирование в машиностроении» – одна из профилирующих дисциплин учебного плана инженерного направления 15.04.05 «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств». В результате изучения данной дисциплины студенты должны получить представление о математических подходах к решению различных задач, возникающих при разработке технологических процессов. Изучение этой дисциплины осложняется отсутствием учебников и учебных пособий, охватывающих все темы курса и отвечающих требованиям программы.

Учебное пособие разработано с целью лучшего освоения некоторых важнейших тем. Перед заданиями к лабораторным работам оно содержит соответствующие основные теоретические положения, методику выполнения лабораторных работ и контрольные вопросы по темам.

В учебном пособии приведены программа курса, темы, подлежащие изучению, с аннотированными пояснениями к ним и указанием литературных источников, с которыми рекомендуется ознакомиться при изучении дисциплины «Математическое моделирование в машиностроении».

Учебное пособие поможет студенту в изучении практического материала и приобретении навыков решения конкретных практических задач.

Методика выполнения лабораторных работ

Студенты, приступающие к выполнению лабораторной работы, должны ознакомиться с содержанием работы. Допуск студента к выполнению лабораторной работы осуществляется только после проверки знания им соответствующих разделов теоретической части

курса. Студенты, имеющие неудовлетворительные теоретические знания по разделам курса, относящимся к теме работы, к ее выполнению не допускаются.

Результаты лабораторной работы оформляют в виде отчета на нескольких листах формата А 4. Первую страницу (титульный лист) отчета оформляют по общепринятому образцу. Содержание последующих страниц отчета приведено в методических указаниях к каждой лабораторной работе.

Лабораторная работа считается выполненной после просмотра и подписи отчета преподавателем. Подготовку некоторых исходных данных и выполнение проверочных расчетов следует производить на ЭВМ, используя соответствующие программы.

Тематический план изучения дисциплины

№	Наименование разделов	Количество часов				Всего часов
		Аудиторных			Самостоятельных	
		Лекции	Практ. (сем.) занятия	Лабораторные работы		
1	Роль математического моделирования в технике	1			1	2
2	Математическая модель	1			1	2
3	Математические модели простейших типовых элементов	1		12	11	24
4	Математические модели систем из типовых элементов	1		16	10	27
5	Нелинейные математические модели макроуровня	1		4	5	10
6	Математические модели микроуровня	1			2	3
7	Алгоритмизация математических моделей	2			2	4
Итого часов		8		32	32	72

Методические указания студентам

Полное освоение программного материала по дисциплине требует обязательного посещения студентами всех видов аудиторных занятий (лекций, лабораторных работ) и безусловного выполнения как аудиторной, так и самостоятельной работы.

Внеаудиторная самостоятельная работа предусматривает углубленное изучение лекций и дополнительного теоретического материала, выносимого на самостоятельную проработку, обязательную подготовку к выполнению лабораторных работ, написание отчетов по ним и их своевременную сдачу, выполнение индивидуального задания преподавателя. При самостоятельном изучении материала по дисциплине студенту необходимо обратить особое внимание на области применения математических моделей.

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов планируется кафедрой, осуществляется при консультационной помощи преподавателя. Эту работу студент организует по своему усмотрению, при этом им в обязательном порядке прорабатываются методические разработки по дисциплине, приведенные в библиографическом списке настоящего пособия.

При изучении дисциплины студент должен четко усвоить, что задача выбора или разработки новой математической модели вытекает из более общей задачи разработки технологического процесса изготовления изделий. Необходимо сконцентрировать внимание на значении каждого этапа моделирования и использования типовых технических средств, математического и программного обеспечения, способствующем снижению общих затрат при моделировании, проектировании, изготовлении и эксплуатации систем и объектов и разработке и реализации технологических процессов.

По мере освоения лекционного курса предусмотрено проведение лабораторных работ по тематике дисциплины и самостоятельной работы студентов, что позволит углубить и закрепить конкретные теоретические знания, полученные на лекциях.

Для лучшего усвоения теоретического материала занятия проводятся с применением технических средств, компьютерных контролирующих и обучающих программ.

Лабораторные работы охватывают темы, рекомендованные типовой программой. На этих занятиях студенты получают задания на ранее запланированную работу вместе с методическими указаниями. По ходу выполнения работы результаты расчетов записывают в отчет. Кроме оформления письменного отчета с анализом и выводами по выполненному заданию, при его защите студент должен ответить на контрольные вопросы, вынесенные для самостоятельного изучения, в форме тестового контроля.

ПРАВИЛА ТЕХНИКИ БЕЗОПАСНОСТИ ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

Общие положения и правила поведения студентов в лабораториях кафедры «Технология машиностроения»

На первом лабораторном занятии со студентами проводится инструктаж по технике безопасности с последующей регистрацией и личной росписью каждого студента в специальном журнале по технике безопасности.

Перед выполнением лабораторной работы, в целях исключения травматизма, а также поломки оборудования, технологической оснастки и приборов, каждый студент знакомится с правилами техники безопасности при работе на соответствующем оборудовании.

Запрещается:

- приступать к выполнению лабораторных работ без ознакомления с правилами техники безопасности;
- включать станок без разрешения учебного мастера или преподавателя;
- касаться движущихся частей механизмов, инструмента и заготовки;
- отводить или сметать стружку без применения специальных средств;
- подходить к станкам в расстегнутых халатах, с расстегнутыми рукавами, с незаправленными под головной убор волосами;
- заходить за станок в зону отброса стружки;
- применять излишние усилия при работе с приборами;
- курить и загрязнять помещение лаборатории, портить имущество.

Студент обязан:

- выполнять только ту работу, которая поручена ему преподавателем;
- сдавать свое рабочее место учебному мастеру или преподавателю чистым и в полном порядке;
- сообщать учебному мастеру или преподавателю о всех неполадках во время выполнения работы;
- знать места расположения и размещения средств пожаротушения и правила пользования ими;
- не вмешиваться в работу студентов, выполняющих другую лабораторную работу, если это не поручено преподавателем;
- в случае необходимости выполнения расчетов или обработки результатов в других лабораториях, выполнять требования техники безопасности соответствующих лабораторий.

Общие правила техники безопасности при работе на металлорежущих станках

- Перед началом работы заправить одежду, застегнуть рукава, убрать волосы под головной убор;
- подготовить рабочее место для безопасной работы, убрать все лишнее с рабочей площади и со станка;
- проверить и подготовить к работе необходимые технологическую оснастку и приборы;
- проверить целостность заземляющего провода и надежность его контактов;
- проверить исправность светильника местного освещения;
- проверить работу станка на холостом ходу под наблюдением учебного мастера;
- проверить исправность действия систем смазки и охлаждения;

- надежно закрепить заготовку и режущий инструмент;
- проверить отсутствие трещин и надломов на режущей кромке инструмента;
- перед включением станка убедиться, что пуск его никому не угрожает;
- применять указанный преподавателем режим резания и всякое изменение его согласовывать с преподавателем;
- для защиты глаз от разлетающейся стружки пользоваться защитными очками, экраном;
- не производить установку режущего инструмента, чистку и смазку станка, во время работы станка;
- не облакачиваться на станок, не класть на него инструмент и заготовки.

Правила техники безопасности при работе на станках токарной группы

- Не измерять размеры обрабатываемой заготовки на ходу станка;
- не наклоняться близко к вращающейся заготовке;
- не принимать и не передавать что-либо над вращающейся заготовкой;
- не допускать большого вылета резца;
- при наладке станка и при обработке заготовок ручным инструментом отводить суппорт на безопасное расстояние;
- не тормозить патрон руками, не поддерживать отрезаемую заготовку,
- не снимать и не открывать ограждения и предохранительные устройства во время работы станка.

Правила техники безопасности при работе на станках фрезерной группы

- Сборные фрезы должны иметь устройства, предотвращающие вылет зубьев во время работы;
- после наладки обязательно снять гаечный ключ с затяжного винта и фрезерной оправки;
- измерение размеров заготовки и оценку качества фрезерованной поверхности производить на безопасном расстоянии от фрезы;
- не держать руки на рычагах для автоматического переключения станка во время его работы;
- съем и установку заготовки производить на безопасном расстоянии от фрезы или при выключенном станке.

Правила техники безопасности при работе на станках шлифовальной группы

- Перед началом обработки заготовок необходимо проверить работу станка при вращении круга на холостом ходу; при наличии вибраций, связанных с биением круга, следует остановить станок и сообщить учебному мастеру;
- при работе с магнитными плитами прежде, чем включить вращение круга, следует включить плиту;
- при установке заготовки в центрах станка необходимо фиксировать пиноль задней бабки для предотвращения вырыва заготовки в процессе обработки;
- работу на станке необходимо производить с защитным ограждением;
- быстрый подвод круга следует производить, располагая его в

стороне от заготовки, чтобы избежать удара круга о заготовку и ее возможного вырыва (срыва) из центров или с магнитной плиты;

– подвод круга к заготовке вручную на рабочей подаче следует производить плавно, без рывков и не следует производить обработку торцовой (нерабочей) поверхностью круга;

– правку круга необходимо производить только с разрешения учебного мастера при помощи специальных приспособлений;

Правила электробезопасности

– Не производить самостоятельно ремонт электрооборудования, обо всех неисправностях сообщать учебному мастеру или преподавателю;

– не снимать ограждения с электрооборудования, не открывать двери электрошкафов;

– не касаться незащищенных и поврежденных токоведущих частей оборудования;

– знать места расположения автоматов общего отключения и при необходимости отключать напряжение автоматом.

Правила техники безопасности после окончания работы на станках

– По окончании работы или при длительных перерывах выключить станок;

– сдавать свое рабочее место чистым и в полном порядке;

– не мыть руки эмульсией и не вытирать их обтирочным материалом, загрязненным стружкой.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.

РАЗМЕРНЫЙ АНАЛИЗ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА С ПРИМЕНЕНИЕМ ТЕОРИИ ГРАФОВ

Цель работы: получение навыков выполнения размерного анализа технологического процесса с использованием метода теории графов.

1.1. Выявление технологических размерных цепей при помощи теории графов

Деталь в процессе ее изготовления можно рассматривать как геометрическую структуру, состоящую из множества поверхностей и связей (размеров) между ними. Такую структуру целесообразно изучать при помощи графов.

Графом называется множество точек плоскости, называемых вершинами, и множество направленных отрезков, соединяющих эти вершины, и называемых дугами [1]. *Путем* в графе называют последовательность дуг, в которой конец каждой предыдущей дуги совпадает с началом следующей. *Контур* – это конечный путь, у которого начальная вершина совпадает с конечной. Эти определения касаются ориентированного графа.

Иногда граф рассматривают без учета ориентации его дуг. В этом случае его называют неориентированным графом.

У неориентированного графа понятия дуга, путь, контур заменяются понятиями *ребро*, *цепь*, *цикл*.

Ребро – это отрезок, соединяющий две вершины. *Цепью* называется последовательность ребер. *Циклом* называется конечная цепь, у которой начальная и конечная вершины совпадают.

Частным случаем графа является *дерево* – конечный связный неориентированный граф, не имеющий циклов.

Если принять поверхности заготовки и детали за вершины, а связи между ними за дуги или ребра, то чертеж детали с конструкторскими и технологическими размерами можно представить в виде двух деревьев. Дерево с конструкторскими размерами (связями) и с размерами припусков на обработку называется *исходным*, а дерево с технологическими размерами – *производным* или *технологическим*. При совмещении исходного и производного деревьев получается совмещенный граф.

В таком графе в закодированной форме представлена геометрическая структура детали и технологического процесса обработки заготовки. Можно, не прибегая к помощи чертежа, а, пользуясь лишь информацией графа, производить все необходимые расчеты [2, 3].

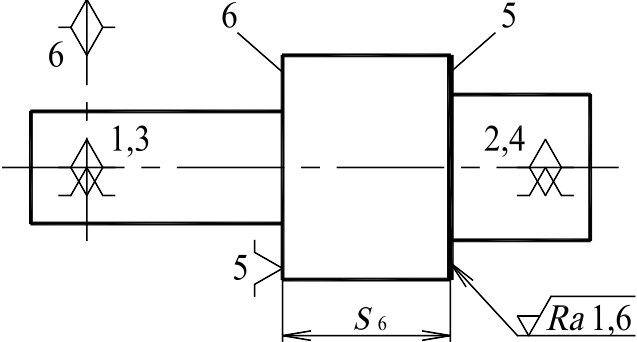
Любой замкнутый контур на совмещенном графе образует технологическую размерную цепь, в которой ребро исходного дерева является замыкающим звеном, а дуги производного дерева – составляющими звеньями. В терминах теории графов [1, 3] размерная цепь – это путь в производном дереве, заданный ребром исходного дерева. При известных длинах дуг производного дерева в данной цепи можно найти длину пути, т. е. размер или допуск замыкающего звена. В каждой размерной цепи один размер должен быть ребром исходного дерева, а остальные – дугами производного дерева.

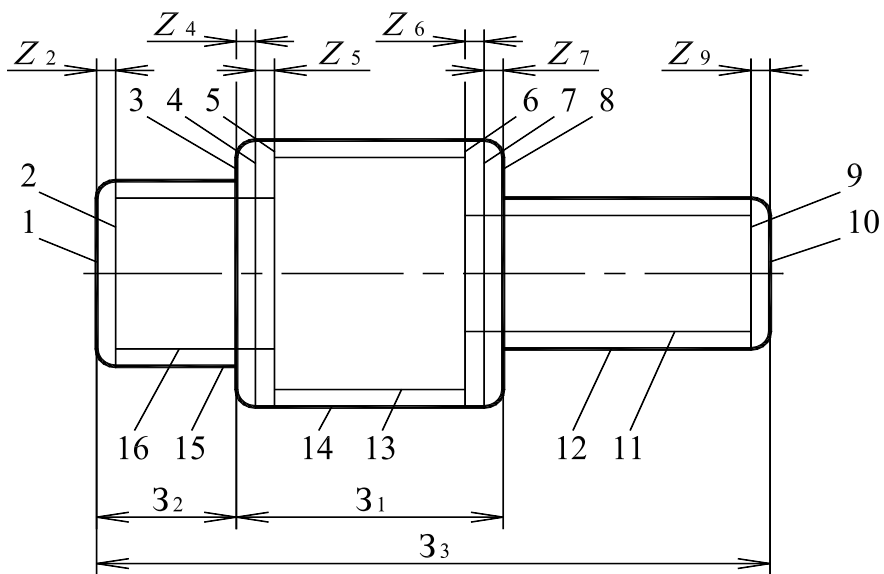
Для построения графа размерных цепей необходимо на основе предварительно разработанного маршрутного технологического процесса составить его размерную схему.

В качестве примера представим маршрутный технологический процесс изготовления ступенчатого вала в крупносерийном производстве (табл. 1.1).

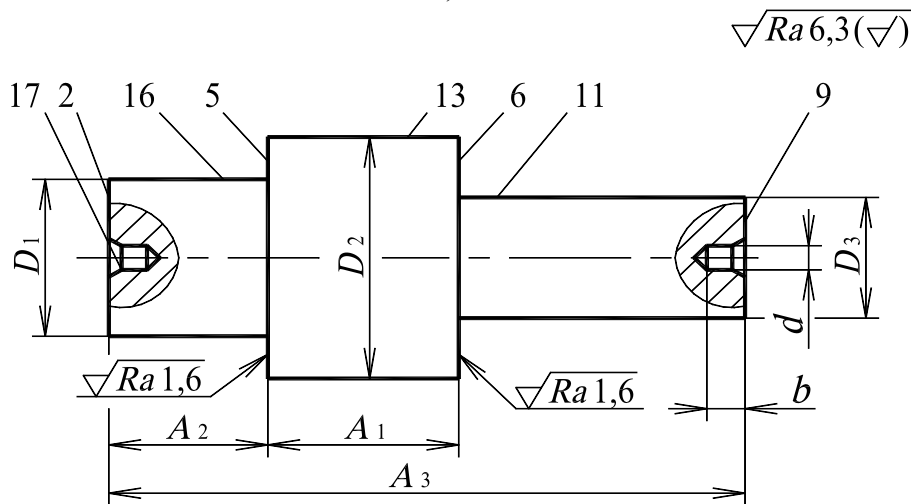
1.1. Маршрутный технологический процесс обработки заготовки вала

№ операции	Наименование и содержание операции	Технологические эскизы
1	2	3
5	<p>Фрезерно-центровальная</p> <p>1. Фрезеровать поверхности 2 и 9.</p> <p>2. Центровать 2 отв. 17.</p>	
10	<p>Автоматная токарная</p> <p>1. Точить поверхности 11 и 13 окончательно, поверхность 7, предварительно.</p>	
	<p>2. Точить поверхность 6 окончательно.</p>	
15	<p>Автоматная токарная</p> <p>1. Точить поверхность 16 окончательно, поверхность 4 предварительно.</p>	

1	2	3
	2. Точить поверхность 5 окончательно.	



а)



б)

Рис. 1.1. Эскизы заготовки (а) и детали (б)

На эскизе заготовки вала (рис. 1.1) представлены размеры заготовки Z_1 , Z_2 и Z_3 , а также размеры припусков Z_2 , Z_4 , Z_5 , Z_6 , Z_7 , Z_9 . Индекс размеру припуска присваивают по номеру той поверхности, которая образуется в результате его съема. Конструкторские (чертежные) размеры детали представлены на ее эскизе (рис. 1.1, б). Все размеры, образующие при обработке торцов и буртиков вала линейную размерную цепь, включающую в качестве звеньев технологические размеры S_i , размеры заготовки Z_i , конструкторские размеры A_i и размеры припусков Z_i , представлены на размерной схеме (рис. 1.2).

Чтобы четко определять положение заготовки на конкретной операции, необходимо указать на эскизе (см. табл. 1.1) характерные (обрабатываемые и базовые) поверхности заготовки. При этом нет необходимости указывать все поверхности.

На 5-й операции фрезеруют торцы 2 и 9, при этом снимают припуски Z_2 , Z_9 и выдерживают линейные размеры S_1 (расстояние между торцами 2 и 3) и S_2 (расстояние между торцами 2 и 9) (см. рис. 1.2) (табл. 1.1). Заготовку на 5-й операции устанавливают в призмы с опорой на поверхность 3 заготовки. На 5-й операции сверлят также центровые отверстия, которые будут использованы на последующих операциях в качестве двойной направляющей технологической базы.

На 10-й операции протачивают поверхности 11, 13 и торец 7, выдерживая размеры D_2 и D_3 . Заготовку устанавливают в трехкулачковый токарный патрон с упором в торец 2 (технологическая опорная база).

На этой операции снимают припуск Z_7 и выдерживают технологический размер S_3 (расстояние между торцами 2 и 7). Здесь же протачивают окончательно торец 6, снимая припуск Z_6 между поверхностью 6 и 7, и выдерживают технологический размер S_4 , связывающий торцы 2 и 6.

На 15-й операции протачивают поверхность 16, выдерживая размер D_1 , и торец 4, снимая припуск Z_4 и выдерживая технологический размер S_5 , связывающий торцы 6 и 4. На этой же операции протачивают окончательно поверхность 5. Снимают припуск Z_5 между поверхностями 4 и 5, выдерживают технологический размер S_6 , связывающий торцы 6 и 5.

Размеры заготовки и технологические размеры из таблицы маршрутного технологического процесса наносят на размерную схему (см. рис. 1.2), причем конец размерной линии, соответствующий базовой поверхности, помечают точкой, а конец, соответствующий обрабатываемой поверхности, – стрелкой. Затем приступают к построению графа размерной цепи, придерживаясь следующего порядка (рис. 1.3).

Сначала строят производное, затем исходное дерево и затем совмещают их. При совмещении получается граф технологических размерных цепей. Вершины (поверхности) обозначают кружочками, внутри которых указывают их номер.

Дуги производного дерева (рис. 1.3, а) изображают прямыми линиями со стрелками на конце, показывающими, в какую вершину они входят. В качестве корня производного дерева выбирают вершину, к которой по размерной схеме технологического процесса не подходит ни одна стрелка (см. рис. 1.2). Такую вершину следует вычертить в виде двойного кружка и провести из нее те дуги, которые касаются ее своими неориентированными концами. На ориентированных концах этих дуг необходимо указать кружками вершины (поверхности), в которые они упираются своими стрелками. Из этих вершин следует провести те дуги, которые касаются их неориентированными концами, а на концах со стрелками указать вершины, в которые они входят. Этот процесс продолжают до тех пор, пока все ветви дерева не упрутся в вершины (поверхности), из

которых не выходит ни одна стрелка. На этом построение производного дерева заканчивается.

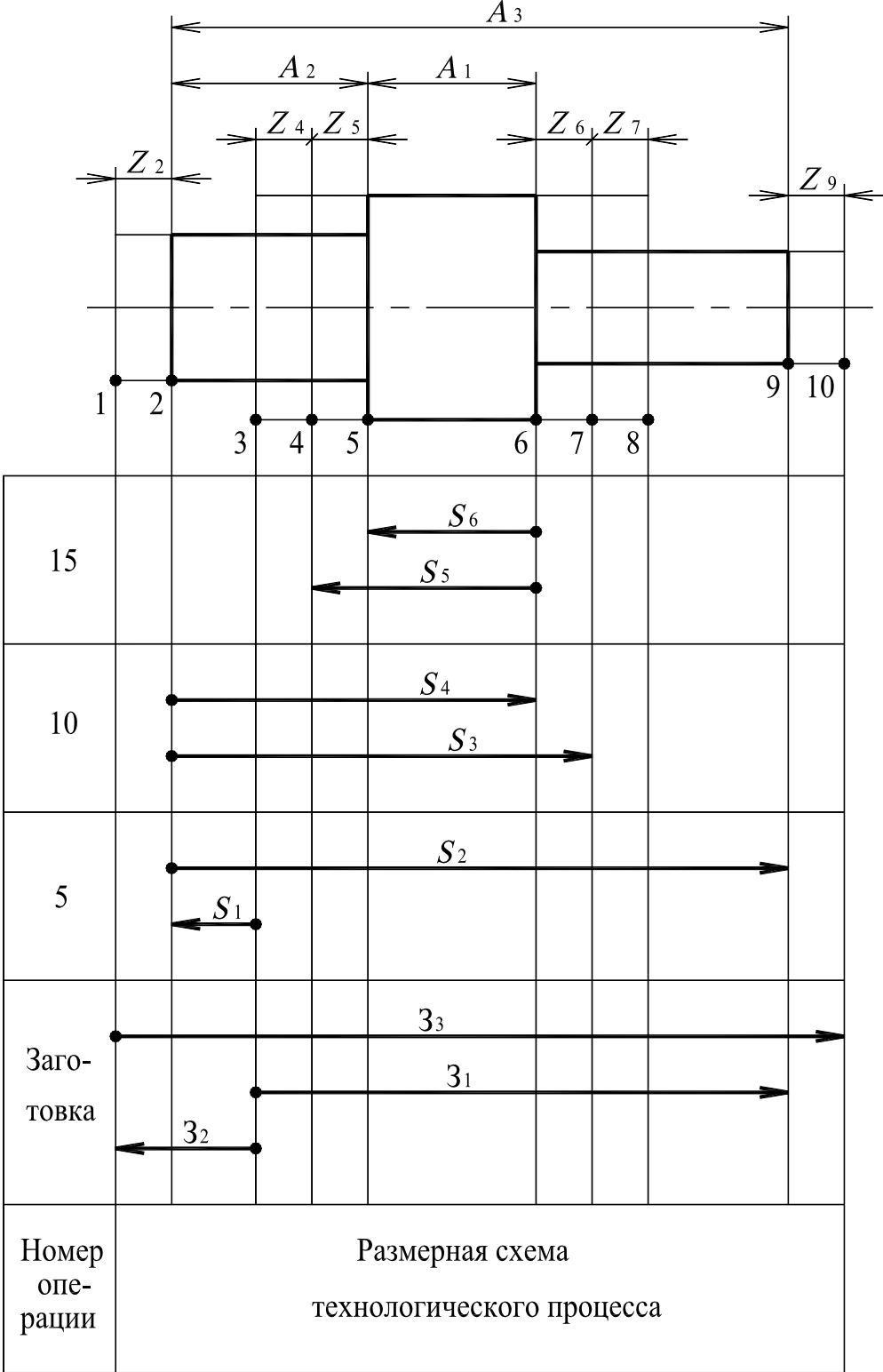
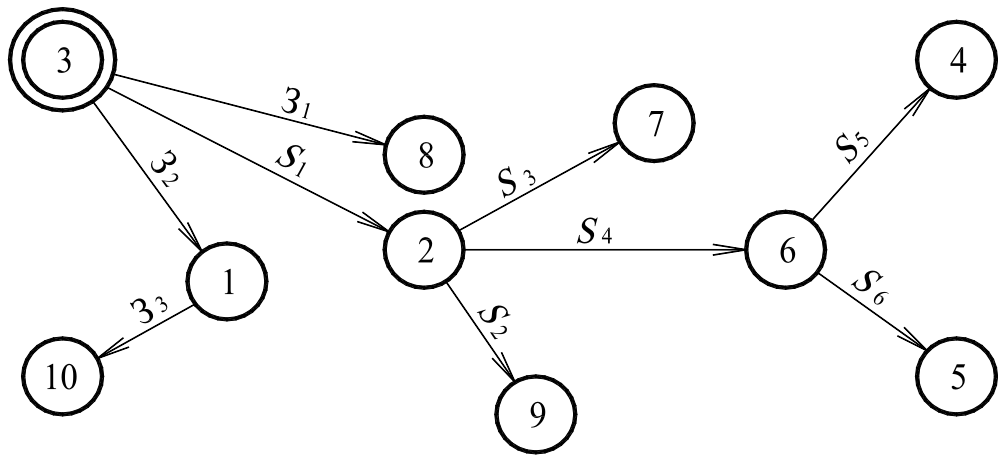
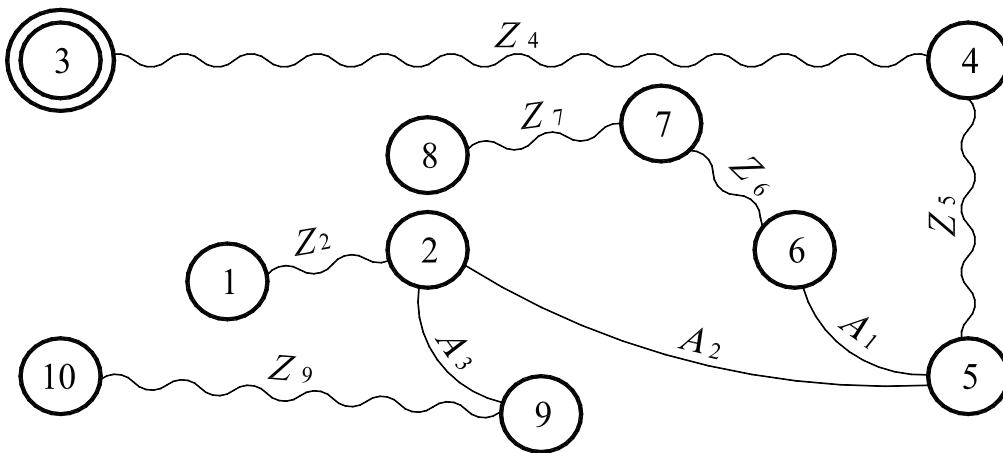


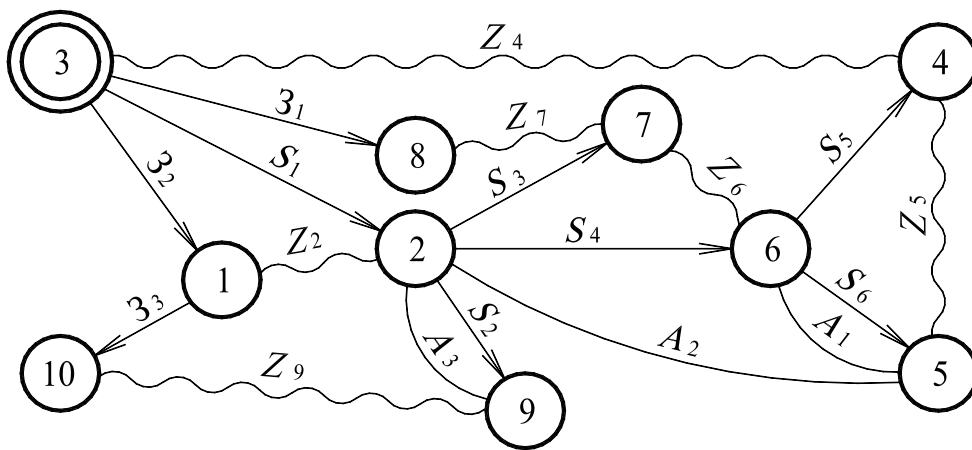
Рис. 1.2. Размерная схема технологического процесса



a)



б)



в)

Рис. 1.3. Порядок построения графа технологических размерных цепей: производное (а) и исходное (б) дерева; совмещенный граф (в)

Аналогично строят исходное дерево (рис. 1.3, б). Начинают его построение с расположения вершин на бумаге в том же порядке, в каком они располагались при построении производного дерева. Исходное дерево состоит из ребер, поэтому при построении можно выбрать корнем любую вершину, т. е. поверхность на чертеже готовой детали. Конструкторские размеры обозначают кривыми, а размеры припусков – волнистыми линиями. Так как исходное дерево состоит из ребер, не имеющих направления, то оно лишь указывает на то, какие вершины (поверхности) связаны между собой конструкторскими размерами, а какие – размерами припусков.

После построения каждого дерева проверяют правильность их построения по следующим признакам:

1. Число вершин у каждого дерева должно быть равно числу поверхностей на размерной схеме технологического процесса.

2. Число ребер (дуг) у каждого дерева должно быть одинаковым, а по значению – на одно меньше, чем вершин.

3. К каждой вершине производного дерева, кроме корневой, должна подходить только одна стрелка дуги, а к корневой вершине – ни одной.

4. Деревья не должны иметь разрывов и замкнутых контуров.

После проверки деревьев совмещают так, чтобы одноименные вершины совпадали. Практически два дерева отдельно можно не строить, т. е. сначала строят производное дерево, а затем на нем же – исходное. Процесс разбиения графа на отдельные деревья осуществляют для упрощения корректировки положения вершин, так как последние надо располагать таким образом, чтобы ребра и дуги совмещенного графа не пересекались. Совмещенный граф и будет графом технологических размерных цепей (рис. 1.3, в).

Граф размерных цепей не только облегчает выявление цепей, но и позволяет обнаруживать ошибки в технологии или чертеже.

Например, если при составлении производного или исходного деревьев обнаружится разрыв между вершинами или появится замкнутый контур, то это указывает в первом случае на отсутствие нужных размеров в технологии или на чертеже, а во втором – на наличие лишних размеров.

Любой замкнутый контур совмещенного графа образует размерную цепь, у которой ребро исходного дерева является замыкающим звеном, а составляющие звенья представлены дугами производного дерева. Например, на рис. 1.3, в звенья Z_2 , S_1 и Z_2 образуют замкнутый контур, т. е. размерную цепь, у которой дуги Z_2 и S_1 – составляющие звенья, а ребро Z_2 – замыкающее звено. Замкнутый контур из звеньев A_2 , S_4 и S_6 образует новую размерную цепь с замыкающим звеном – ребром A_2 и составляющими звеньями – дугами S_4 и S_6 .

Так как в размерной цепи только одно звено может быть замыкающим (конструкторский размер или размер припуска), то при выявлении размерных цепей по графу необходимо выбирать такие контуры, в которых бы содержалось только по одному ребру исходного дерева, а остальные звенья (дуги) принадлежали бы к производному дереву. Например, на рис. 1.3, в звенья Z_6 , Z_7 , Z_1 , S_1 и S_4 образуют замкнутый контур, но в нем ребра Z_6 и Z_7 принадлежат исходному дереву, поэтому такой контур не следует использовать в качестве размерной цепи. В данном случае следует рассмотреть два контура или две размерные цепи, а именно: замкнутый контур из звеньев Z_7 , Z_1 , S_1 и S_3 и контур из звеньев Z_6 , S_3 и S_4 . Точно так же цепь, состоящую из звеньев Z_4 , Z_1 , Z_7 , S_3 , S_4 и S_5 , следует разбить на две цепи, у одной из которых замыкающим звеном будет Z_7 , а у другой – Z_4 .

Вместе с выявлением технологических размерных цепей необходимо по графу определить также знаки составляющих звеньев

по следующему правилу. Замыкающему звену присваивают знак минус и, начиная от этого звена, обходят замкнутый контур в определенном направлении. Обход цепи начинают с меньшей из двух вершин, связанных замыкающим звеном. Если в направлении обхода следующее звено цепи будет соединять вершину меньшего порядкового номера с вершиной большего номера, то звену присваивают знак «плюс»; если звено соединяет вершину большего номера с вершиной меньшего номера, то ему присваивают знак «минус». Одновременно с определением знаков звеньев размерной цепи составляют расчетные уравнения из условия, что алгебраическая сумма всех звеньев размерной цепи, включая и замыкающее, равна нулю. Затем эти уравнения преобразуют в исходные, т. е. составленные относительно замыкающего звена. В исходном уравнении (в правой части) звенья, имеющие знак плюс, являются увеличивающими, а имеющие знак минус – уменьшающими.

Выявление и расчет технологических размерных цепей по графу начинают с двухзвенных контуров, а затем в такой последовательности, чтобы в каждой цепи имелось только одно неизвестное по величине звено, а остальные звенья были определены расчетом предыдущих размерных цепей.

Рассмотрим постановку знаков звеньев цепи, состоящей из звеньев A_2 , S_4 , S_6 (рис. 1.3, в). Замыкающему звену $A_{2\Delta}$ присвоим знак минус. Обход контура начинаем с вершины 2. Звено S_4 соединяет вершину 2 с вершиной 6, значит оно имеет знак плюс (обход от меньшего к большему номеру). Звено S_6 соединяет вершину 6 с вершиной 5, поэтому оно имеет знак минус. Следовательно, расчетное уравнение цепи имеет вид

$$-A_{2\Delta} + \vec{S}_4 - \vec{S}_6 = 0.$$

Исходное уравнение запишем следующим образом:

$$A_{2\Delta} = \vec{S}_4 - \vec{S}_6.$$

Для графа, представленного на рис. 1.3, в, расчетные, исходные уравнения и определяемые размеры приведены в табл. 1.2.

Пример и последовательность расчета технологических размерных цепей представлены в работах [2, 3].

1.2. Уравнения для расчета технологических размерных цепей

Номер размерной цепи	Расчетное уравнение	Исходное уравнение	Определяемый размер
1	$-A_{3\Delta} + \bar{S}_2 = 0$	$A_{3\Delta} = \bar{S}_2$	S_2
2	$-A_{1\Delta} + \bar{S}_6 = 0$	$A_{1\Delta} = \bar{S}_6$	S_6
3	$-A_{2\Delta} + \bar{S}_4 - \bar{S}_6 = 0$	$A_{2\Delta} = \bar{S}_4 - \bar{S}_6$	S_4
4	$-Z_{6\Delta} - \bar{S}_4 + \bar{S}_3 = 0$	$Z_{6\Delta} = \bar{S}_3 - \bar{S}_4$	S_3
5	$-Z_{5\Delta} + \bar{S}_5 - \bar{S}_6 = 0$	$Z_{5\Delta} = \bar{S}_5 - \bar{S}_6$	S_5
6	$-Z_{4\Delta} - \bar{S}_1 + \bar{S}_4 - \bar{S}_5 = 0$	$Z_{4\Delta} = \bar{S}_4 - \bar{S}_1 - \bar{S}_5$	S_1
7	$-Z_{2\Delta} + \bar{Z}_1 - \bar{S}_1 = 0$	$Z_{2\Delta} = \bar{Z}_1 - \bar{S}_1$	Z_1
8	$-Z_{7\Delta} - \bar{S}_3 + \bar{S}_1 + \bar{Z}_2 = 0$	$Z_{7\Delta} = \bar{S}_1 + \bar{Z}_2 - \bar{S}_3$	Z_2
9	$-Z_{9\Delta} - \bar{S}_2 + \bar{S}_1 - \bar{Z}_1 + \bar{Z}_3 = 0$	$Z_{9\Delta} = \bar{S}_1 + \bar{Z}_3 - \bar{S}_2 - \bar{Z}_1$	Z_3

1.2. Методика расчета технологических размерных цепей

В технологических размерных цепях число составляющих звеньев редко бывает больше пяти (в нашем примере то же самое – см. табл. 1.2). Поэтому расчет технологических размерных цепей производят, как правило, по методу полной взаимозаменяемости (максимума – минимума).

Методика расчета технологических размерных цепей зависит от того, какое звено является замыкающим: размер припуска или конструкторский размер детали по чертежу. Если замыкающим

звеном является размер припуска Z_{Δ} , определяемый для последующей операции (перехода), то сначала определяют его минимальную величину $Z_{\Delta \min}$ по справочным таблицам (прил. А) или расчетно-аналитическим методом [4, 5].

Минимально необходимый припуск на обработку, удаляемый на данной операции, складывается из высоты неровностей профиля и глубины дефектного слоя, сформировавшихся на предыдущем переходе (операции), суммарного отклонения расположения и формы поверхности заготовки и погрешности установки заготовки на выполняемом переходе (операции).

Максимально возможный припуск $Z_{i \max}$ при обработке поверхности определяется расчетом технологической размерной цепи; величиной $Z_{i \min}$ и суммой допусков, входящих в размерную цепь размеров.

Определив $Z_{\Delta \min}$, составляют исходное уравнение размерной цепи относительно $Z_{\Delta \min}$:

$$Z_{\Delta \min} = \sum_{i=1}^{\kappa} \bar{X}_{i \min} - \sum_{i=\kappa+1}^{m-1} \bar{X}_{i \max}, \quad (1.1)$$

где $\bar{X}_{i \min}$ – наименьший предельный размер i -го увеличивающего звена размерной цепи, мм; $\bar{X}_{i \max}$ – наибольший предельный размер i -го уменьшающего звена размерной цепи, мм; m – число звеньев в цепи; κ – число увеличивающих звеньев размерной цепи.

Так как в каждой технологической размерной цепи имеется только одно неизвестное составляющее звено, то задача сводится просто к решению уравнения (1.1) с одним неизвестным. Обозначим определяемый размер через X . Если искомый размер является уменьшающим звеном [3, 5], то

$$\bar{X}_{\max} = \sum_{i=1}^{\kappa} \bar{X}_{i \min} - \sum_{i=\kappa+1}^{m-2} \bar{X}_{i \max} - Z_{\Delta \min}. \quad (1.2)$$

Если же искомый размер является увеличивающим звеном, то

$$\vec{X}_{\min} = Z_{\Delta \min} - \sum_{i=1}^{\kappa-1} \vec{X}_{i \min} + \sum_{i=\kappa+1}^{m-2} \vec{X}_{i \max}. \quad (1.3)$$

Определив величину X_{\max} или X_{\min} , на размер X устанавливают допуск T_x в зависимости от назначения технологической операции (перехода) – предварительная или окончательная обработка (прил. Б).

В первом случае обычно назначают допуск по 12–14 качеству, во втором (окончательная обработка) – по 9–11 качеству. Шлифование обеспечивает обработку по 6–8 качеству.

Предельные отклонения назначают по h , $IT/2$ или H (ГОСТ 25347). По величине установленного допуска T_x и по его расположению относительно X (h , H или $IT/2$) определяют номинальный размер X по одной из следующих формул:

$$\tilde{X} = \tilde{X}_{\max} - ESX; \quad (1.4)$$

$$\vec{X} = \vec{X}_{\min} - EIX, \quad (1.5)$$

где ESX и EIX – соответственно верхнее и нижнее предельные отклонения данного размера, мм.

Далее определяют номинальный размер припуска Z_{Δ} и его наибольший предельный размер $Z_{\Delta \max}$. Для этого составляют исходное уравнение размерной цепи относительно Z_{Δ} с указанием предельных отклонений для всех составляющих звеньев. На основании этого уравнения суммируют номинальные размеры и предельные отклонения отдельно для увеличивающих и уменьшающих звеньев. По разности сумм номинальных размеров увеличивающих и уменьшающих звеньев определяют номинальный размер припуска

$$Z_{\Delta} = \sum_{i=1}^{\kappa} \vec{X}_i - \sum_{i=\kappa+1}^{m-1} \vec{X}_i, \quad (1.6)$$

а по разности суммы предельных отклонений – предельные отклонения размера припуска

$$ESZ_{\Delta} = \sum_{i=1}^{\kappa} ES\vec{X}_i - \sum_{i=\kappa+1}^{m-1} EI\vec{X}_i, \quad (1.7)$$

$$EIZ_{\Delta} = \sum_{i=1}^{\kappa} EI\vec{X}_i - \sum_{i=\kappa+1}^{m-1} ES\vec{X}_i, \quad (1.8)$$

и, наконец, максимальное значение величины припуска $Z_{\Delta\max}$.

1.3. Задание к лабораторной работе № 1

Разработать маршрутный технологический процесс изготовления детали согласно варианта, выданного преподавателем, по табл. 1.3 и рассчитать технологические размерные цепи методом теории графов.

1.4. Содержание работы

В процессе выполнения лабораторной работы разрабатывают маршрутный технологический процесс изготовления представленных на рис. 1.4 или рис. 1.5 деталей и производят расчет технологических размерных цепей методом теории графов. Проверяют возможность обеспечения заданных на чертеже конструкторских размеров, рассчитывают межоперационные припуски и операционные размеры, представленные на технологических эскизах разработанного студентом маршрутного технологического процесса. Исходные данные для расчета поставлены в соответствии с номером варианта студента (табл. 1.3). Проверяют правильность результатов расчетов размерных цепей методами теории графов вручную расчетом с

использованием программы «Chains», оформляют отчет с приложением к нему распечатки результатов расчета по этой программе.

1.5. Средства технологического оснащения

- Персональный компьютер;
- микрокалькулятор.

1.6. Порядок выполнения работы

- Изучают и вычерчивают эскиз детали;
- выбирают метод получения заготовки и вычерчивают ее эскиз;
- назначают припуски на механическую обработку поверхностей заготовки;
- разрабатывают маршрутный технологический процесс изготовления детали и оформляют его по форме табл. 1.1;
- строят размерную схему технологического процесса, на которую наносят конструкторские и технологические размеры и размеры заготовки и припусков;
- строят производное, исходное дерево и совмещенный граф;
- составляют расчетные и исходные уравнения и заносят их в таблицу по форме табл. 1.2.
- рассчитывают допуски на технологические размеры и размеры заготовки, а также определяют предельные значения припусков по методике, изложенной в работах [2, 3];

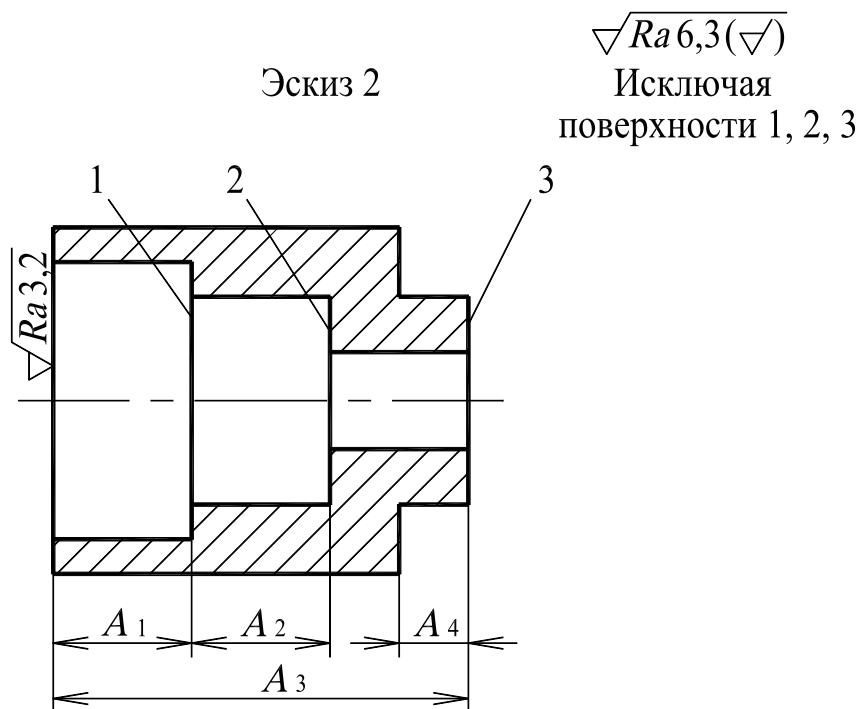
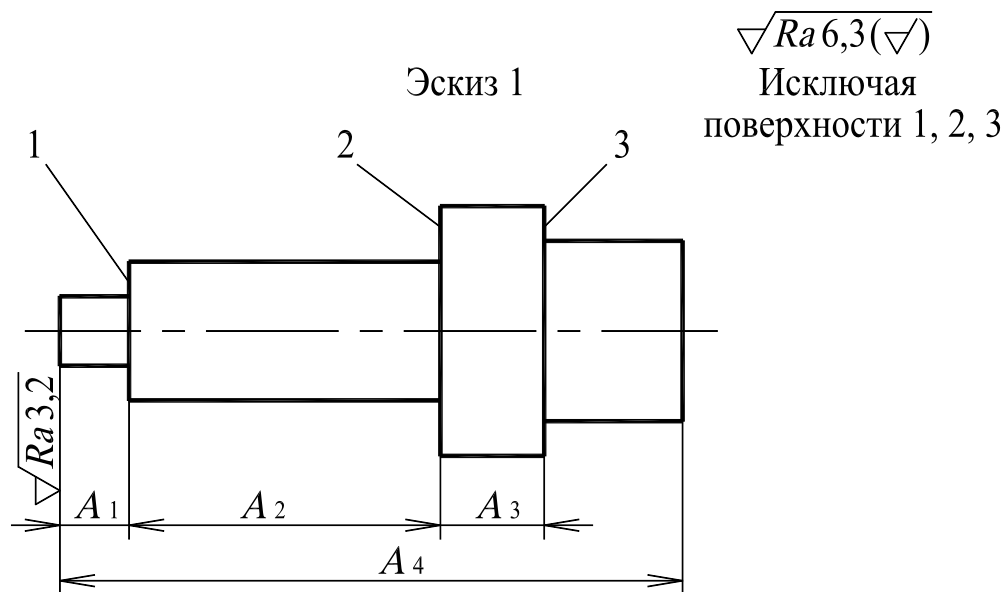
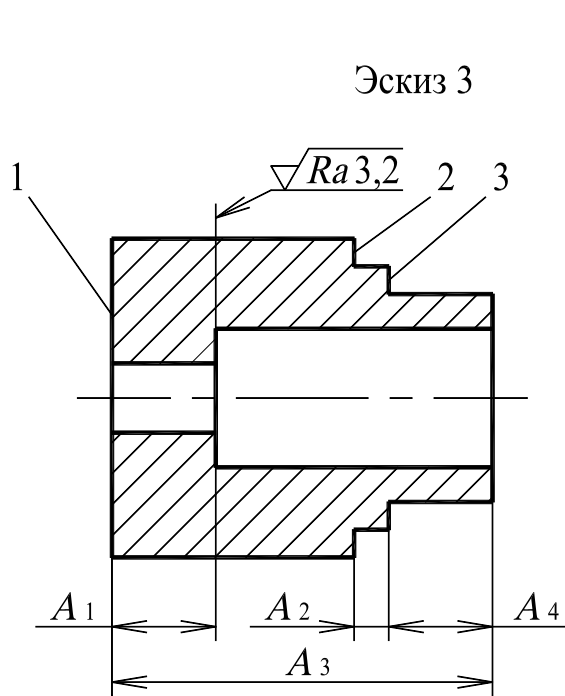
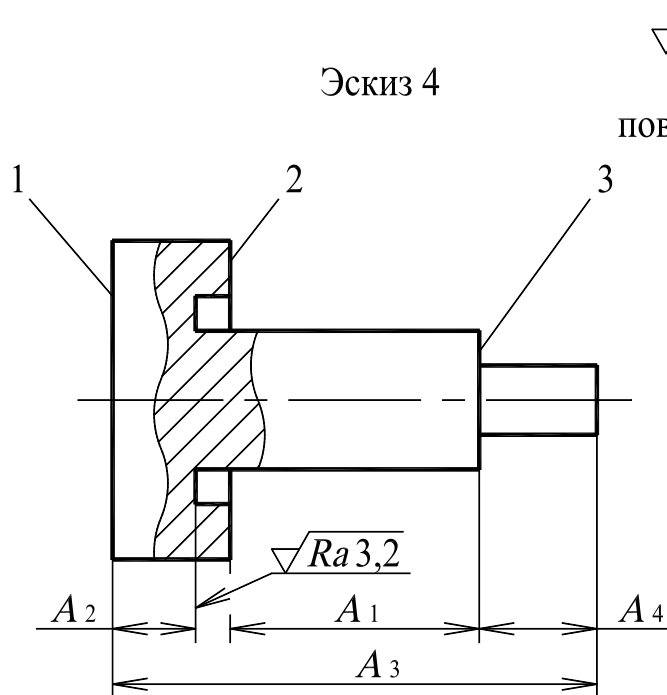


Рис. 1.4. Эскизы деталей для выполнения лабораторной работы №1



$\sqrt{Ra 6,3}(\sqrt{\quad})$
Исключая
поверхности 1, 2, 3



$\sqrt{Ra 6,3}(\sqrt{\quad})$
Исключая
поверхности 1, 2, 3

Рис. 1.5. Эскизы деталей для выполнения лабораторной работы №1

1.3. Исходные данные к лабораторной работе №1

№ варианта	№ эскиза	Размеры детали, мм				Шероховатость (Ra) поверхностей в соответствии с их номераами на эскизе, мкм			Годовая программа выпуска деталей, шт.
		A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	1	2	3	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	5 ^{+0,1}	40 _{-0,1}	30 _{-0,1}	78 _{-0,1}	6,3	3,2	1,6	12 000
2	1	10 ^{+0,1}	60 _{-0,15}	20 _{-0,2}	100 _{-0,1}	1,6	0,8	3,2	40 000
3	1	7 ^{+0,5}	80 _{-0,3}	10 _{-0,3}	115 _{-0,1}	1,6	3,2	0,8	300
4	1	8 ^{+0,3}	100 _{-0,2}	15 _{-0,1}	130 _{-0,2}	0,8	0,8	0,8	100 000
5	1	15 _{-0,1}	125 _{-0,05}	25 _{-0,05}	190 _{-0,5}	6,3	3,2	6,3	15 000
6	1	20 _{-0,5}	20 _{-0,1}	10 _{-0,1}	80 _{-0,1}	3,2	6,3	6,3	25 000
7	1	10 _{-0,1}	35 _{-0,1}	5 _{-0,1}	85 _{-0,1}	6,3	6,3	3,2	5000
8	1	15 ^{+0,2}	65 _{-0,6}	8 _{-0,2}	120 _{-0,2}	3,2	0,8	3,2	2500
9	1	7 _{-0,2}	75 _{-0,05}	12 _{-0,3}	110 _{-0,3}	3,2	3,2	3,2	800
10	1	12 ^{+0,2}	81 _{-0,15}	16 _{-0,6}	120 _{-0,5}	3,2	0,8	0,8	10 000
11	1	20 _{-0,5}	35 _{-0,4}	10 _{-0,1}	85 _{-0,2}	6,3	3,2	3,2	300
12	1	15 _{-0,5}	20 _{-0,1}	5 _{-0,1}	80 _{-0,2}	1,6	3,2	1,6	15 000
13	1	20 _{-0,5}	60 _{-0,15}	20 _{-0,2}	120 _{-0,4}	3,2	1,6	1,6	5000
14	2	20 _{-0,5}	15 _{-0,2}	45 _{-0,1}	5 _{-0,1}	6,3	3,2	1,6	50
15	2	10 _{-0,4}	15 _{-0,2}	50 _{-0,2}	10 _{-0,1}	3,2	1,6	6,3	100 000
16	2	28 _{-0,3}	14 _{-0,1}	60 _{-0,5}	10 _{-0,1}	1,6	6,3	3,2	3000
17	2	10 ^{+0,3}	10 _{-0,1}	25 _{-0,1}	3 _{-0,1}	1,6	3,2	0,8	25 000
18	2	20 ^{+0,6}	20 _{-0,3}	50 _{-0,5}	5 _{-0,2}	3,2	1,6	6,3	70 000
19	2	10 ^{+0,1}	10 _{-0,1}	30 ^{+0,1}	6 _{-0,2}	6,3	1,6	3,2	125 000
20	2	30 ^{+0,4}	35 _{-0,3}	80 ^{+0,3}	10 _{-0,1}	3,2	6,3	1,6	50 000
21	2	20 _{-0,2}	20 _{-0,2}	64 ^{+0,1}	6 _{-0,1}	0,8	1,6	3,2	10 000
22	2	20 _{-0,1}	30 _{-0,1}	60 _{-0,1}	5 _{-0,1}	0,8	3,2	1,6	6000
23	2	20 _{-0,1}	60 _{-0,4}	100 _{-0,5}	10 _{-0,2}	1,6	0,8	3,2	40 000
24	2	30 ^{+0,4}	40 _{-0,3}	90 _{-0,5}	8 _{-0,1}	3,2	0,8	1,6	100
25	2	25 ^{+0,3}	20 _{-0,2}	65 _{-0,1}	10 _{-0,2}	1,6	1,6	1,6	5000
26	3	5 ^{+0,1}	40 _{-0,1}	30 _{-0,1}	78 _{-0,1}	6,3	3,2	1,6	12 000
27	3	10 ^{+0,1}	60 _{-0,15}	20 _{-0,2}	100 _{-0,1}	1,6	0,8	3,2	40 000
28	3	7 ^{+0,5}	80 _{-0,3}	10 _{-0,3}	115 _{-0,1}	1,6	3,2	0,8	300
29	3	8 ^{+0,3}	100 _{-0,2}	15 _{-0,1}	130 _{-0,2}	0,8	0,8	0,8	100 000
30	3	15 _{-0,1}	125 _{-0,05}	25 _{-0,05}	190 _{-0,5}	6,3	3,2	6,3	15 000
31	3	20 _{-0,5}	20 _{-0,1}	10 _{-0,1}	80 _{-0,1}	3,2	6,3	6,3	25 000

Окончание табл. 1.3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
32	3	10 _{-0,1}	35 _{-0,1}	5 _{-0,1}	85 _{-0,1}	6,3	6,3	3,2	5000
33	3	15 ^{+0,2}	65 _{-0,6}	8 _{-0,2}	120 _{-0,2}	3,2	0,8	3,2	2500
34	3	7 _{-0,2}	75 _{-0,05}	12 _{-0,3}	110 _{-0,3}	3,2	3,2	3,2	800
35	3	12 ^{+0,2}	81 _{-0,15}	16 _{-0,6}	120 _{-0,5}	3,2	0,8	0,8	10 000
36	3	20 _{-0,5}	35 _{-0,4}	10 _{-0,1}	85 _{-0,2}	6,3	3,2	3,2	300
37	3	15 _{-0,5}	20 _{-0,1}	5 _{-0,1}	80 _{-0,2}	1,6	3,2	1,6	15 000
38	3	20 _{-0,5}	60 _{-0,15}	20 _{-0,2}	120 _{-0,4}	3,2	1,6	1,6	5000
39	4	20 _{-0,5}	15 _{-0,2}	45 _{-0,1}	5 _{-0,1}	6,3	3,2	1,6	50
40	4	10 _{-0,4}	15 _{-0,2}	50 _{-0,2}	10 _{-0,1}	3,2	1,6	6,3	100 000
41	4	28 _{-0,3}	14 _{-0,1}	60 _{-0,5}	10 _{-0,1}	1,6	6,3	3,2	3000
42	4	10 ^{+0,3}	10 _{-0,1}	25 _{-0,1}	3 _{-0,1}	1,6	3,2	0,8	25 000
43	4	20 ^{+0,6}	20 _{-0,3}	50 _{-0,5}	5 _{-0,2}	3,2	1,6	6,3	70 000
44	4	10 ^{+0,1}	10 _{-0,1}	30 ^{+0,1}	6 _{-0,2}	6,3	1,6	3,2	125 000
45	4	30 ^{+0,4}	35 _{-0,3}	80 ^{+0,3}	10 _{-0,1}	3,2	6,3	1,6	50 000
46	4	20 _{-0,2}	20 _{-0,2}	64 ^{+0,1}	6 _{-0,1}	0,8	1,6	3,2	10 000
47	4	20 _{-0,1}	30 _{-0,1}	60 _{-0,1}	5 _{-0,1}	0,8	3,2	1,6	6000
48	4	20 _{-0,1}	60 _{-0,4}	100 _{-0,5}	10 _{-0,2}	1,6	0,8	3,2	40 000
49	4	30 ^{+0,4}	40 _{-0,3}	90 _{-0,5}	8 _{-0,1}	3,2	0,8	1,6	100
50	4	25 ^{+0,3}	20 _{-0,2}	65 _{-0,1}	10 _{-0,2}	1,6	1,6	1,6	5000

– проверяют правильность полученных результатов на ЭВМ с помощью программы «Chains» [3];

– оформляют отчет по лабораторной работе согласно п. 1.7 настоящего учебного пособия (ручной расчет размерных цепей с приложением распечатки расчета с помощью программы «Chains»).

1.7. Содержание отчета по лабораторной работе № 1

Эскиз детали с указанными конструкторскими размерами, допусками и шероховатостью поверхностей

Эскиз заготовки с указанными размерами заготовки и припусками на механическую обработку

Маршрутный технологический процесс изготовления детали
(по форме табл. 1.1)

Размерная схема технологического процесса

Производное дерево

Исходное дерево

Совмещенный граф

Уравнения для расчета технологических размерных цепей
(по форме табл. 1.2)

Расчет допусков на технологические размеры, размеры заготовки и определение предельных значений припусков

Выводы

1.8. Контрольные вопросы

1. Какую вершину (поверхность заготовки) и почему можно использовать в качестве корня при построении производного дерева?
2. Как проверяют правильность построения производного и исходного деревьев?
3. Для чего составляют размерную схему технологического процесса?
4. В какой последовательности производят выявление и расчет технологических размерных цепей?
5. На что указывают разрывы и замкнутые контуры в производном или исходном деревьях?
6. По какой схеме определяют предельные отклонения размера припуска?
7. Что такое дуга, путь, контур? В чем их отличие от ребра, цепи, цикла?
8. Что такое дерево? (Привести пример.)
9. По каким правилам определяют по графу знаки составляющих звеньев технологических размерных цепей? (Привести пример).
10. Из каких условий определяют минимальный припуск на обработку?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2.

ПРОВЕРКА АДЕКВАТНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ШЕРОХОВАТОСТИ ПОВЕРХНОСТИ РЕАЛЬНЫМ УСЛОВИЯМ МЕХАНИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ЗАГОТОВОК

Цель работы: получение навыков экспериментальной оценки шероховатости поверхности в зависимости от метода и элементов режима обработки.

2.1. Формирование шероховатости при обработке резанием

Совокупность неровностей поверхностей с относительно малым шагом на базовой длине называется шероховатостью поверхности (ГОСТ 25143). Характер возникающей при механической обработке шероховатости поверхности зависит от многих факторов: метода обработки, материала режущей части и геометрии инструмента, элементов режима резания, физико-механических свойств обрабатываемого материала, жесткости оборудования и технологической оснастки и др.

У поверхностей, обработанных резанием, различают поперечную и продольную шероховатость. Профиль поверхности, образованной в направлении главного движения, характеризуется продольной шероховатостью, а в направлении подачи (или в направлении, перпендикулярном к направлению главного движения) – поперечной шероховатостью. Обычно высота микронеровностей поперечной шероховатости значительно превышает высоту микронеровностей продольной шероховатости. Поэтому на практике, как правило, измеряют только поперечную шероховатость.

Шероховатость обработанной поверхности характеризуется тремя группами параметров, при помощи которых производится количественная оценка микропрофиля в пределах базовой длины l (ГОСТ 25142). К первой группе относятся высотные, ко второй группе – шаговые параметры шероховатости, к третьей – параметры, связанные с формой неровностей профиля (рис. 2.1).

Высотные параметры:

Ra – среднее арифметическое отклонение профиля, мкм; Rz – высота неровностей профиля по десяти точкам, мкм; R_{max} – наибольшая высота неровностей, мкм; Rq – среднее квадратическое отклонение профиля, мкм; Rp – расстояние от средней линии до высшей точки профиля, мкм;

Шаговые параметры:

S_m – средний шаг неровностей, мм; S_i – средний шаг по вершинам профиля (средний шаг местных выступов), мм;

Параметры, связанные с формой неровностей профиля:

η_p – опорная длина профиля, мм; t_p – относительная опорная длина профиля, где p – значение уровня сечения профиля.

В дополнение к количественным параметрам для более полной характеристики шероховатости поверхности при необходимости могут устанавливаться требования к направлению неровностей (параллельное, перпендикулярное, перекрещивающееся, продольное, кругообразное и радиальное направления), а также к методу и последовательности методов обработки.

С изменением шероховатости изменяются важнейшие эксплуатационные характеристики деталей: усталостная прочность, износостойкость, коррозионная стойкость и др. Шероховатость поверхности оказывает влияние и на условия смазки, теплопроводность стыков, отражающую способность поверхностей и другие показатели.

Измеряется шероховатость поверхности с помощью приборов, называемых профилометрами и профилографами.

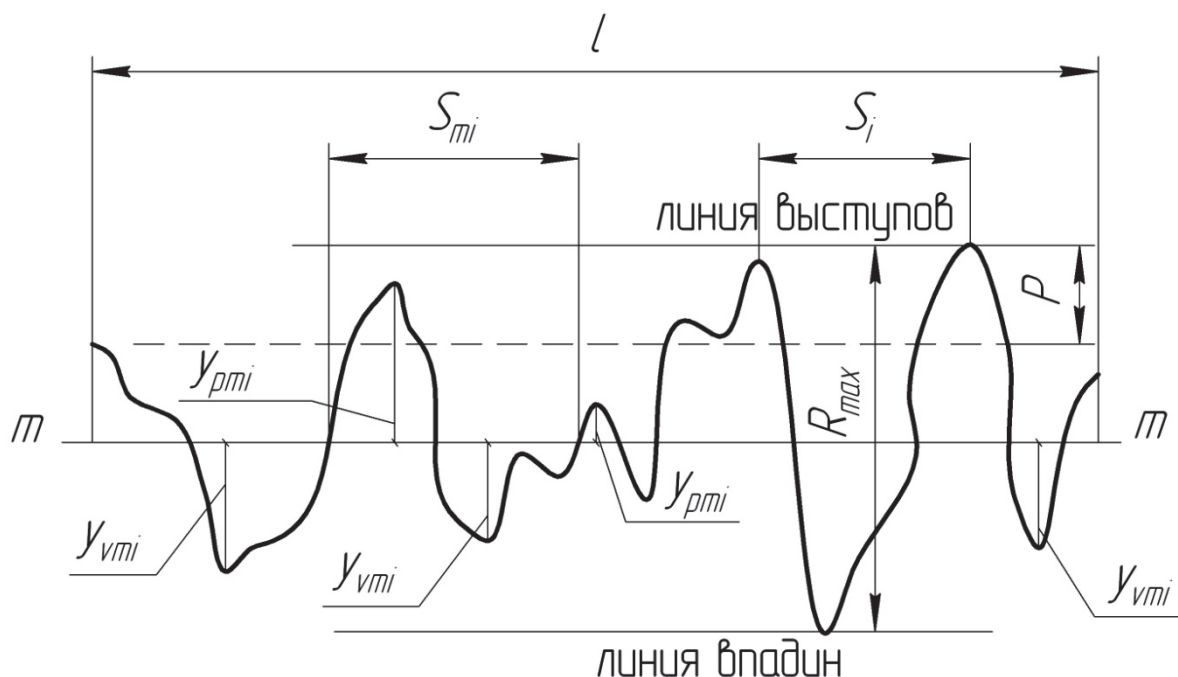


Рис. 2.1. Схема микропрофиля поверхности для расчета параметров шероховатости

Профилограф выдает готовую профилограмму профиля поверхности с соответствующим горизонтальным и вертикальным увеличениями, поэтому при расчете абсолютных значений параметров профиля шероховатости поверхности по данным, полученным из профилограммы, необходимо учитывать используемые единицы измерения размеров на профилограмме и кратности увеличения. В соответствии с этим, например, формула для расчета Ra имеет следующий вид:

$$Ra = \frac{1000}{Q_v \cdot n} \cdot \sum |y_i|, \quad (2.1)$$

где Q_v – вертикальное увеличение микропрофиля на профилограмме; n – число замеров; y_i – значение измеряемого параметра, мм.

Измерения на профилограмме выполняют обычно с точностью до 0,5 мм при помощи металлической линейки. Для проведения измерений полученная профилограмма предварительно размечается (см. рис. 2.1). Разметка выполняется карандашом в тонких линиях.

В настоящее время для измерения параметров шероховатости используют приборы, включающие компьютер. Такой прибор представляет собой профилометр, который соединен через модем (дешифратор) с компьютером. Профилометр выдает значение любого параметра шероховатости для любой точки на базовой длине исследуемой поверхности в функциональной зависимости от координаты этой точки в направлении средней линии профиля. Дешифратор преобразует эту зависимость в цифровое выражение, и на дисплее представляются конкретные числовые значения параметров шероховатости.

Шероховатость поверхности детали (заготовки) после обработки резанием в большой степени зависит от метода и элементов режима обработки. В табл. 2.1 приведены осредненные результаты измерения шероховатости, полученные после обработки заготовок различными методами.

Известно достаточно большое число полученных аналитическим путем эмпирических формул (математических моделей) для расчета параметров шероховатости поверхности, формируемой в процессе обработки заготовок различными методами, в зависимости от элементов режима резания, геометрии режущего инструмента, физико-химических свойств материала обрабатываемой заготовки и других технологических факторов, участвующих в процессе формирования микронеровностей [4, 5]. Адекватность этих моделей [6] реальным условиям обработки заготовок на металлорежущем оборудовании в данной лабораторной работе и будет проверяться.

Ниже приведены формулы для расчета параметра Ra шероховатости, сформированной на различных операциях [4].

2.1. Шероховатость поверхностей, обработанных различными методами [4]

Точение	Черновое		Получистовое		Чистовое		Тонкое	
	Ra , мкм	Sm , мм	Ra , мкм	Sm , мм	Ra , мкм	Sm , мм	Ra , мкм	Sm , мм
	12,5 ... 50	0,32 ... 0,25	3,2 ... 12,5	0,16 ... 0,4	0,8 ... 2,5	0,08 ... 0,16	0,1 ... 0,8	0,02 ... 0,1
Шлифование круглое наружное	Предварительное		Чистовое		Тонкое			
	Ra , мкм	Sm , мм	Ra , мкм	Sm , мм	Ra , мкм	Sm , мм		
	1 ... 2,5	0,063 ... 0,20	0,2 ... 1,25	0,025 ... 0,1	0,05 ... 0,25	0,008 ... 0,025		
Фрезерование торцовое	Черновое		Чистовое		Тонкое			
	Ra , мкм	Sm , мм	Ra , мкм	Sm , мм	Ra , мкм	Sm , мм		
	3,2 ... 12,5	0,16 ... 0,4	1 ... 4	0,08 ... 0,2	0,32 ... 1,25	0,025 ... 0,1		
Шлифование плоское	Предварительное		Чистовое		Тонкое			
	Ra , мкм	Sm , мм	Ra , мкм	Sm , мм	Ra , мкм	Sm , мм		
	1,6 ... 4	0,1 ... 0,32	0,32 ... 1,6	0,025 ... 0,125	0,08 ... 0,32	0,01 ... 0,032		

Точение:

$$Ra = k_0 \cdot \frac{S_0^{k_1} \cdot (90^\circ + \gamma)^{k_2}}{\rho^{k_3} \cdot V^{k_4}}, \quad (2.2)$$

где S_0 – продольная подача, мм/об; $S_0 = 0,05 \dots 0,43$ мм/об; γ – передний угол резца, град; $\gamma = +4 \dots (-4)^\circ$; ρ – радиус при вершине резца, мм; $\rho = 0,5 \dots 2$ мм; V – скорость резания, м/мин; $V = 71 \dots 282$ м/мин; $k_0 - k_4$ – коэффициенты, зависящие от материала обрабатываемой заготовки. Например, для стали 45

$$k_0 = 7,0; k_1 = 0,85; k_2 = 0,65; k_3 = 0,36; k_4 = 0,15.$$

Торцовое фрезерование:

$$Ra = 4830 \cdot \frac{S_z^{1,69} \cdot t^{0,15}}{V^{1,23} \cdot \rho^{0,14} \cdot \gamma^{0,46}}, \quad (2.3)$$

где S_z – подача на зуб фрезы, мм/зуб; $S_z = 0,08 \dots 0,5$ мм/зуб;
 t – глубина резания, мм; $t = 0,3 \dots 1,8$ мм; $V = 18 \dots 44$ м/мин;
 ρ – радиус при вершине зуба фрезы, мм; $\rho = 0,5 \dots 2$ мм; γ – передний
 угол заточки зуба фрезы, град; $\gamma = 5 \dots 20^\circ$.

Круглое наружное шлифование:

$$Ra = k_0 \cdot V_3^{k_1} \cdot S_{np}^{k_2} \cdot S_{рад}^{k_3} \cdot i^{k_4} \cdot H^{k_5} \cdot N_3^{k_6} \cdot j_{ст}^{k_7}, \quad (2.4)$$

где V_3 – окружная скорость заготовки, м/мин; $V_3 = 20 \dots 50$ м/мин;
 S_{np} – продольная подача, мм/об; $S_{np} = (0,3 \dots 0,8) B_k$; B_k – высота
 круга, мм; $S_{рад}$ – врезная подача, мм/дв. ход; $S_{рад} = 0,01 \dots 0,05$ мм/дв.
 ход; i – число ходов выхаживания; $i = 1 \dots 10$; $H = 2$ для связки С2;
 $H = 1$ для связки СМ1; N_3 – зернистость круга; $N_3 = 16 \dots 100$;
 $j_{ст}$ – жесткость станка, Н/мм; $j_{ст} = 9,8 \dots 29,4$ кН/мм.

Плоское шлифование:

$$Ra = 0,27 \cdot \frac{N_3^{0,48} \cdot V_{ст}^{0,27} \cdot S_{поп}^{0,8} \cdot t^{0,13}}{i^{0,11}}, \quad (2.5)$$

где $V_{ст}$ – скорость продольной подачи стола, м/мин; $V_{ст} = 4 \dots 12$
 м/мин; $S_{поп}$ – поперечная подача, мм/ход; $S_{поп} = 2 \dots 5$ мм/ход.

2.2. Задание к лабораторной работе № 2

Сравнить значения показателей шероховатости, рассчитанные по приведенным эмпирическим моделям, со значениями, измеренными после проведения экспериментов, и оценить адекватность данных моделей реальным условиям.

2.3. Содержание работы

В процессе выполнения лабораторной работы проводят исследования влияния элементов режима обработки заготовок различными методами на параметры шероховатости.

В качестве материала заготовок используют сталь 45 (отрезанные от круглого горячекатаного прутка штучные заготовки $\varnothing 50 \times 200$ мм и бруски $50 \times 50 \times 100$ мм). Режим резания задает преподаватель по данным табл. 2.2. Преподаватель также указывает метод (методы) обработки, применяемый инструмент и исследуемый параметр. При выполнении лабораторной работы желательно исследовать не менее двух методов обработки.

2.2. Режимы резания обрабатываемых заготовок

Метод обработки	Элементы режима резания		
	Скорость резания V , м/мин	Глубина резания t , мм	Подача S (S_0) или скорость подачи V_s
Точение	71 ... 282	0,5 ... 2	0,05 ... 0,43 мм/об
Фрезерование торцовой фрезой	18 ... 44	0,3 ... 1,8	0,08 ... 0,5 мм/зуб
Круглое наружное шлифование	1800 ... 3000	0,01...0,05 (на двойной ход)	0,1...0,5 мм/об
Плоское шлифование	1800 ... 3000	0,01 ... 0,04 (на двойной ход)	4 ... 12 м/мин

2.4. Средства технологического оснащения

- Токарно-винторезный станок.
- Вертикально фрезерный станок.
- Круглошлифовальный станок.
- Плоскошлифовальный станок.

- Профилометр – профилограф.
- Персональный компьютер.

2.5. Порядок выполнения работы

- Изучают устройство металлорежущих станков.
- С помощью мастера обрабатывают заготовки точением, фрезерованием, круглым наружным и плоским шлифованием на режимах, указанных преподавателем. В неизменных условиях обрабатывают не менее трех заготовок.
- Измеряют шероховатость обработанных поверхностей и заносят данные в табл. 2.3¹.

2.3. Результаты измерений параметров шероховатости и расчета дисперсии для каждой серии опытов при заданных методах обработки

Номер серии опытов	Действительные значения варьируемых факторов		Кодированные значения варьируемых факторов		Результаты измерения параметра шероховатости			Среднее значение параметра шероховатости \bar{y}_j	Дисперсия S_j^2
	x_1	x_2	X_1	X_2	\bar{y}_{j1}	\bar{y}_{j2}	\bar{y}_{j3}		
1			-1	-1					
2			-1	+1					
3			+1	-1					
4			+1	+1					

- Получают регрессионные зависимости параметров шероховатости от элементов режима резания.

Зависимость шероховатости поверхности от элементов режима резания приближенно может быть описана уравнением регрессии

¹ В отчете по лабораторной работе № 2 количество таблиц по форме табл. 2.3 должно соответствовать количеству исследованных методов обработки.

$$Y = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2, \quad (2.6)$$

где Y – параметр шероховатости (например Ra); b_0, b_1, b_2 – коэффициенты уравнения регрессии; x_1, x_2 – варьируемые элементы режима резания (кодируемые значения варьируемых факторов).

– Затем рассчитывают среднее значение параметра шероховатости (например, Ra):

$$\bar{y}_j = \frac{1}{k} \cdot \sum_{i=1}^k y_{ji} \quad (j=1, 2 \dots N), \quad (2.7)$$

где k – число параллельных опытов; N – число серий опытов.

– Дисперсии для каждой серии параллельных опытов определяют по формуле

$$S_j^2 = \frac{1}{k-1} \cdot \sum_{i=1}^k (y_{ji} - \bar{y}_j)^2. \quad (2.8)$$

Все вычисленные значения записывают в соответствующие графы табл. 2.3. Результаты всех дальнейших расчетов сводят в табл. 2.4.

2.4. Результаты проверки адекватности полученной модели

Метод обработки	Коэффициенты регрессии			Дисперсия воспроизводимости опытов S_y^2	Оценка среднего значения дисперсии $S_{\bar{y}}^2$	Оценка дисперсии коэффициентов регрессии S_b	Критерий Стьюдента t
	b_0	b_1	b_2				
1							
2							
3							
4							

Проверку воспроизводимости осуществляют на основе расчета критерия Кохрена и сравнения расчетного значения с табличным (прил. В) при доверительной вероятности $P = 0,95$, при которой принимается гипотеза воспроизводимости

$$G_p = \frac{S_{j \max}^2}{\sum_{j=1}^N S_j^2}, \quad (2.9)$$

где $S_{j \max}^2$ – максимальное значение дисперсии в j -й серии опытов.

Для нахождения табличного значения критерия $G_{\text{табл}}$ необходимо знать общее количество оценок дисперсии N и число степеней свободы f , связанное с каждой из них, причем $f = k - 1$.

Если $G_p \leq G_{\text{табл}}$, то гипотезу воспроизводимости опытов принимают, если $G_p > G_{\text{табл}}$ – отвергают.

Затем вычисляют значения коэффициентов уравнения регрессии (2.6):

$$\begin{aligned} b_0 &= \frac{1}{N} \cdot \sum_{j=1}^N \bar{y}_j \\ b_i &= \frac{1}{N} \cdot \sum_{j=1}^N x_{ji} \cdot \bar{y}_j \end{aligned}, \quad (2.10)$$

и их значимость. Здесь x_{ji} – i -е значение варьируемого фактора в j -й серии опытов.

Для установления значимости определяют оценку дисперсии коэффициентов регрессии b_i

$$S_b = \sqrt{\frac{S_{\bar{y}}^2}{N}}, \quad (2.11)$$

где $S_{\bar{y}}^2$ – оценка среднего значения дисперсии:

$$S_{\bar{y}}^2 = \frac{S_y^2}{k}. \quad (2.12)$$

Дисперсию воспроизводимости опытов определяют по формуле

$$S_y^2 = \frac{1}{N} \cdot \sum_{j=1}^N S_j^2. \quad (2.13)$$

Коэффициент регрессии статистически значим, если выполняется условие

$$|b_i| \geq S_b \cdot t, \quad (2.14)$$

где t – критерий Стьюдента (прил. Г).

В противном случае коэффициент регрессии незначим и соответствующий член можно исключить из уравнения.

Подставив значения коэффициентов в уравнение (2.6), получают уравнение регрессии для анализируемого параметра шероховатости поверхности.

Экспериментальную проверку адекватности полученной теоретическим путем зависимости проводят по результатам расчета критерия Фишера F_p и сравнения его с табличным значением F_T (прил. Д):

$$F_p = \frac{S_{\text{а.д.}}^2}{S_{\bar{y}}^2}, \quad (2.15)$$

где $S_{\text{а.д.}}^2$ – оценка дисперсии адекватности.

$$S_{\text{а.д.}}^2 = \frac{1}{N - B} \cdot \sum_{j=1}^N (y_j^{\text{т}} - y_j^{\text{э}})^2, \quad (2.16)$$

где B – число коэффициентов уравнения регрессии (2.6); $y_j^{\text{э}}, y_j^{\text{т}}$ – соответственно экспериментальное и теоретическое (расчетное) значения параметра шероховатости поверхности (например, Ra).

Дисперсия адекватности и число степеней свободы связаны зависимостью $f_{\text{а.д.}} = N - B$.

Значения $y_j^{\text{т}}$ определяют по уравнению (2.6).

Для доверительной вероятности $P = 0,95$ и числа степеней свободы $S_{\text{а.д.}}^2$ числителя $f_2 = N - B$ и $S_{\bar{y}}^2$ знаменателя $f_1 = N - (k - 1)$ определяют табличное значение критерия Фишера F_T .

Если $F_p < F_T$, то полученное уравнение регрессии адекватно экспериментальным данным.

2.6. Содержание отчета по лабораторной работе № 2

Результаты измерений параметров шероховатости и расчета дисперсии для каждой серии опытов при заданных методах обработки
(по форме табл. 2.3).

Результаты проверки адекватности полученной модели
(по форме табл. 2.4).

Уравнения регрессии:

Результаты расчета параметров шероховатости
по формулам (2.2) – (2.5).

Результаты проверки адекватности
теоретических и экспериментальных данных.

Результаты определения относительной погрешности расчета
параметров шероховатости поверхности

$$\Delta R = \frac{\Pi_{\text{э}} - \Pi_{\text{р}}}{\Pi_{\text{р}}} \cdot 100\%, \quad (2.17)$$

где $\Pi_{\text{э}}$ – экспериментальное значение параметра шероховатости;
 $\Pi_{\text{р}}$ – расчетное значение параметра шероховатости.

Итоговые результаты выполнения лабораторной работы оформляют
по форме табл. 2.5.

2.5. Результаты выполнения лабораторной работы

Метод обработки	Инструмент	Материал заготовки	Режимные параметры	Параметр шероховатости

В выводах по работе необходимо проанализировать полученные результаты.

2.7. Контрольные вопросы

1. Что называется шероховатостью поверхности?
2. От каких факторов зависит шероховатость поверхности?
3. Какой шероховатостью характеризуется профиль поверхности, образованный в направлении главного движения?
4. Какой шероховатостью характеризуется профиль поверхности, образованной в направлении подачи (или в направлении, перпендикулярном к направлению главного движения)?
5. Какими двумя группами параметров, при помощи которых производится количественная оценка микропрофиля в пределах базовой длины l , характеризуется шероховатость поверхности?
6. Какие требования в дополнение к количественным параметрам при необходимости могут устанавливаться к шероховатости поверхности?
7. На какие эксплуатационные характеристики деталей оказывает влияние шероховатость поверхности?
8. Какими приборами измеряется шероховатость поверхности?
9. Как называется параметр Ra шероховатости поверхности?
10. Как называется параметр Sm шероховатости поверхности?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3.

РЕШЕНИЕ ТРАНСПОРТНОЙ ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫМ МЕТОДОМ

Цель работы: получение навыков решения распределительных задач оптимизации методами линейного программирования.

3.1. Постановка транспортной задачи

Одной из наиболее характерных и актуальных, а, следовательно, и наиболее изученных задач линейного программирования является транспортная задача, которая может быть описана следующим образом [1, 3].

Пусть в пунктах A_1, A_2, \dots, A_m производят некоторый однородный продукт, причем объем производства в пункте A_i ($i = \overline{1, m}$) составляет a_i единиц. Данный продукт потребляют в пунктах B_1, B_2, \dots, B_n , а объем потребления в пункте B_j ($j = \overline{1, n}$) составляет b_j единиц. Общее количество продукта в пунктах производства равно суммарной потребности в нем в пунктах потребления. Это можно записать так:

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j. \quad (3.1)$$

Допустим, что из каждого пункта производства A_i возможна транспортировка продукта в любой пункт потребления B_j . Транспортные издержки по перевозке единицы продукции из пункта A_i в пункт B_j равны C_{ij} . Задача состоит в определении такого плана перевозок, при котором запросы всех потребителей будут удовлетворены полностью, весь продукт из пунктов производства

вывезен и суммарные транспортные издержки (т·км) будут минимальны. Условия задачи можно представить в виде табл. 3.1.

Пусть x – количество продукта, перевозимого из пункта A_i в пункт B_j . Требуется определить множество переменных $x_{ij} > 0$ (план перевозок), удовлетворяющих условиям

$$\sum_1^m x_{ij} = b_j; \quad \sum_1^m x_{ij} = a_i; \quad x_{ij} \geq 0, \quad (3.2)$$

и таких, что целевая функция достигает минимума:

$$Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij} \cdot c_{ij} \rightarrow \min. \quad (3.3)$$

3.1. Условия транспортной задачи

Пункты производства	Пункты потребления				Объем производства
	B_1	B_2	...	B_n	
A_1	C_{11}	C_{12}	...	C_{1n}	a_1
A_2	C_{21}	C_{22}	...	C_{2n}	a_2
...
A_m	C_{m1}	C_{m2}	...	C_{mn}	a_m
Объем потребления	b_1	b_2	...	b_n	

Переменные x_{ij} нумеруются с помощью двух индексов и записываются в виде матрицы \bar{X} , которую называют *планом перевозок* транспортной задачи, а переменные x_{ij} – *перевозками*. План $\bar{X}_{\text{опт}}$, при котором целевая функция минимальна, называют *оптимальным*.

3.2. Распределительный метод решения транспортной задачи

Рассмотрим решение транспортной задачи распределительным методом линейного программирования на конкретном примере.

Пусть от четырех поставщиков необходимо перевезти литые заготовки трем потребителям, расположенным в различных пунктах. Общее количество литья у поставщиков a_1, a_2, a_3, a_4 ; потребность в заготовках у потребителей – b_1, b_2, b_3 . Стоимость перевозки одной тонны литья от i -го поставщика до j -го потребителя (C_{ij}) также известна и вместе с другими данными представлена в табл. 3.2.

По условиям задачи потребность в заготовках у потребителей равна наличию их у поставщиков:

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij} = 38\ 000 \text{ Т.}$$

3.2. Исходные данные транспортной задачи

A_i	B_1	B_2	B_3	a_i
A_1	x_{11} 60	x_{12} 90	x_{13} 40	10 000
A_2	x_{21} 30	x_{22} 40	x_{23} 50	6000
A_3	x_{31} 40	x_{32} 60	x_{33} 30	13 000
A_4	x_{41} 50	x_{42} 40	x_{43} 70	9000
b_j	14 000	12 000	12 000	

Ограничивающие условия имеют вид:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, \quad (i = 1, 2, 3, 4); \quad \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, \quad (j = 1, 2, 3).$$

Минимизируется общая стоимость перевозок:

$$Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} \cdot x_{ij} \rightarrow \min.$$

Общая схема решения транспортной задачи распределительным методом состоит из следующих этапов [7]:

- составление первого базисного плана;
- исследование полученного плана для определения его оптимальности;

– последовательное улучшение неоптимального плана до получения оптимального.

Рассмотрим схему расчетов.

В распределительной таблице (табл. 3.3) строится первый базисный план. Наиболее широко применяются два способа построения – диагональный способ и способ наилучшего элемента в таблице.

Построение первого базисного плана диагональным способом начинается с клетки, расположенной в левом верхнем углу. В эту клетку записывается меньший из итогов по строке или столбцу, т. е. значение x_{11} принимается равным a_1 или b_1 в зависимости от того, которое из этих чисел меньше. Итак, $x_{11} = \min\{a_1; b_1\} = 10\,000$ т. Следовательно, мы запланировали литье от первого поставщика полностью завести к первому потребителю.

Однако потребность первого потребителя еще не удовлетворена. Недостающие ему 4000 т литья берем у второго поставщика, а остаток (2000 т) передаем второму потребителю. Остальная часть потребности второго потребителя (10 000 т) покрывается за счет ресурсов третьего поставщика, а остаток (3000 т) передается третьему потребителю. Недостающая часть потребностей третьего потребителя (9000 т) полностью удовлетворяется за счет ресурсов четвертого поставщика.

Условия задачи формально выполняются: у всех поставщиков груз вывозится полностью, потребности всех потребителей удовлетворяются; все $x \geq 0$. В результате этого получаем допустимое базисное решение.

В табл. 3.3 указаны объемы перевозок по конкретным маршрутам.

3.3. Распределительная таблица первого базисного плана,
составленного диагональным методом

A_i	B_1	B_2	B_3	a_i
A_1	10 000	90	40	10 000
A_2	4000	2000	50	6000
A_3		10 000	30	13 000
A_4			70	9000
b_j	14 000	12 000	12 000	

Определим значение целевой функции:

$$\begin{aligned}
 Z &= C_{11} \cdot x_{11} + C_{21} \cdot x_{21} + C_{22} \cdot x_{22} + C_{32} \cdot x_{32} + C_{33} \cdot x_{33} + C_{43} \cdot x_{43} = \\
 &= 60 \cdot 10\,000 + 30 \cdot 4000 + 40 \cdot 2000 + 60 \cdot 10\,000 + 30 \cdot 3000 + 70 \cdot 9000 = \\
 &= 21\,200 \text{ руб.}
 \end{aligned}$$

Обозначим число занятых клеток через L . Оно определяется как $L = m + n - 1$, где m – число строк; n – число столбцов табл. (за исключением итоговых). В нашем примере $m = 4$, $n = 3$, а $L = m + n - 1 = 6$.

План, в котором число занятых клеток $L = m + n - 1$, называется *невырожденным*. Таких планов можно построить много (например, по другой диагонали или иным способом). В теории линейного программирования доказывается, что оптимальное решение обязательно находится среди невырожденных планов.

План, полученный диагональным методом, служит отправным базисным планом, но обычно он не является оптимальным, так как при его составлении не учитываются значения тарифов C_{ij} по маршрутам, и доведение его до оптимального требует довольно большого числа итераций (шагов приближения).

Рассмотрим построение базисного плана с использованием метода наилучшего элемента таблицы, который с первого шага

обычно обеспечивает более близкий к оптимальному первый базисный план.

Наиболее низкий тариф в рассматриваемой табл. 3.3 имеют два маршрута: (2–1) – тариф $C_{21} = 30$ и (3–3) – тариф $C_{33} = 30$. Составление плана выгоднее начинать с использованием элемента C_{33} , так как в эту клетку можно вписать значительно больший объем перевозок (12 000 т), чем в клетку с элементом C_{21} (6000 т). Запишем значение $x_{33} = 12\,000$ т и оставшиеся 1000 т литья третьего поставщика распределим в клетку той же строки с наименьшим тарифом ($C_{31} = 40$) (табл. 3.4). Тогда $x_{31} = 1000$ т. Первому потребителю недостает еще 13 000 т. Поскольку для первого потребителя наименьший тариф $C_{21} = 30$, то здесь весь запас заготовок второго поставщика (6000 т) распределяем первому потребителю ($x_{21} = 6000$ т). Наименьшим из оставшихся тарифов является $C_{42} = 40$, поэтому $x_{42} = 9000$ т, а недостающие второму потребителю 3000 т можно брать только у первого поставщика. Следовательно, $x_{21} = 3000$ т и, наконец, оставшиеся нераспределенными 7000 т литья первого поставщика должны быть переданы первому потребителю ($x_{11} = 7000$ т).

Итак, таблица распределения построена. Число занятых клеток $L = 6$. Таким образом, план является невырожденным. Условия задачи выполнены: потребности всех потребителей удовлетворены, заготовки у поставщиков вывезены полностью. Получен новый базисный план (см. табл. 3.4). Значение целевой функции составит:

$$\begin{aligned} Z &= c_{11} \cdot x_{11} + c_{12} \cdot x_{12} + c_{21} \cdot x_{21} + c_{31} \cdot x_{31} + c_{33} \cdot x_{33} + c_{42} \cdot x_{42} = \\ &= 60 \cdot 7000 + 90 \cdot 3000 + 30 \cdot 6000 + 40 \cdot 1000 + 30 \cdot 12\,000 + 40 \cdot 9000 = \\ &= 16\,300 \text{ руб.} \end{aligned}$$

Новый план лучше предыдущего, полученного диагональным способом, поскольку видно, что общая стоимость перевозок снижается на 4900 руб.

Является ли этот план оптимальным и нельзя ли его улучшить? Чтобы ответить на этот вопрос, необходимо проверить план на оптимальность, используя некоторые свойства таблицы распределения.

3.4. Распределительная таблица первого базисного плана, составленного методом наилучшего элемента таблицы

A_i	B_1	B_2	B_3	a_i
A_1	7000	3000	12 000	10 000
A_2	6000	9000	12 000	6000
A_3	1000	9000	12 000	13 000
A_4	14 000	12 000	12 000	9000
b_j	14 000	12 000	12 000	

Для проверки оптимальности плана вычисляют специальные показатели – потенциалы и характеристики таблицы распределения. *Потенциалами* называют числа U_i и V_j , удовлетворяющие следующим условиям:

– для всех занятых клеток ($x_{ij} > 0$) должно выполняться равенство

$$V_j - U_i = C_{ij}, \quad (3.4)$$

– для всех свободных клеток справедливо соотношение

$$V_j - U_i \leq C_{ij},$$

где V_j – потенциалы j -го столбца; U_i – потенциалы i -й строки.

Потенциалы необходимы для расчета характеристик свободных клеток. Характеристикой некоторой свободной клетки называют величину W_{ij} , которую определяют по формуле

$$W_{ij} = C_{ij} - (V_j - U_i). \quad (3.5)$$

Характеристики свободных клеток дают важную информацию о качестве плана: отражают величину экономии на единицу груза за счет улучшения плана путем распределения перевозок в данную свободную клетку. Следовательно, характеристики можно использовать в качестве признака оптимальности плана: если в таблице нет ни одной свободной клетки с отрицательной характеристикой, то план грузоперевозок является оптимальным. Этот признак оптимальности применим для всех задач, решаемых на минимум. При решении задачи на максимум целевой функции признаком оптимальности является отсутствие в таблице положительных характеристик.

Поскольку система уравнений, составленная по данному правилу, имеет множество решений, то условно можно принять, что потенциал первой строки $U_1 = 0$. Тогда в равенстве $C_{ij} = V_j - U_i$ две величины (C_{ij} и U_i) являются известными, откуда легко определить значение $V_j = C_{ij} + U_i$. Так, по занятой клетке с тарифом $C_{11} = 60$ найдем значение потенциала первого столбца:

$$V_1 = C_{11} + U_1 = 60 + 0 = 60.$$

Аналогично определяют значение потенциала второго столбца: $V_2 = C_{12} + U_1 = 90 + 0 = 90$. Используя найденное значение V_1 и известное $C_{21} = 30$, определяем потенциал второй строки по соотношению $U_i = V_j - C_{ij}$, т. е. $U_2 = V_1 - C_{21} = 60 - 30 = 30$. Таким же образом вычисляем потенциал третьей строки: $U_3 = V_1 - C_{31} = 60 - 40 = 20$.

Потенциал третьего столбца определяем по известным значениям U_3 и $C_{33} = 30$: $V_3 = C_{33} + U_3 = 30 + 20 = 50$. Потенциал четвертой строки найдем, используя значения C_{42} и V_2 : $U_4 = V_2 - C_{42} = 90 - 40 = 50$. Значения потенциалов строк и столбцов $U_1 = 0$, $U_2 = 30$, $U_3 = 20$, $U_4 = 50$ и $V_1 = 60$, $V_2 = 90$, $V_3 = 50$ запишем в распределительную таблицу (табл. 3.5).

Проверим на оптимальность полученный план. Для этого вычислим характеристики всех свободных клеток:

$$W_{13} = C_{13} - (V_3 - U_1) = 40 - (50 - 0) = -10;$$

$$W_{22} = C_{22} - (V_2 - U_2) = 40 - (90 - 30) = -20;$$

$$W_{23} = C_{23} - (V_3 - U_2) = 50 - (50 - 30) = 30;$$

$$W_{32} = C_{32} - (V_2 - U_3) = 60 - (90 - 20) = -10;$$

$$W_{41} = C_{41} - (V_1 - U_4) = 50 - (60 - 50) = 40;$$

$$W_{43} = C_{43} - (V_3 - U_4) = 70 - (50 - 50) = 70.$$

3.5. Распределительная таблица второго базисного плана

A_i	B_1	B_2	B_3	a_i
A_1	60	90	40	$U_1 = 0$ 10 000
A_2	30	40	50	$U_2 = 30$ 6000
A_3	40	60	30	$U_3 = 20$ 13 000
A_4	50	40	70	$U_4 = 50$ 9000
b_j	14 000 $V_1 = 60$	12 000 $V_2 = 90$	12 000 $V_3 = 50$	

Итак, характеристики W_{13} , W_{22} , W_{32} оказались отрицательными. Полученный базисный план не является оптимальным и его можно улучшить за счет перераспределения грузов из занятых клеток в клетки с тарифами C_{13} , C_{22} , C_{32} .

Последовательное улучшение неоптимального плана состоит в перераспределении грузоперевозок из невыгодных маршрутов с высокими тарифами в маршруты с относительно низкими тарифами. Такое перераспределение осуществляется легко в самой распределительной таблице. После каждого шага перераспределения план снова проверяется на оптимальность, для чего заново вычисляют потенциалы и характеристики по вновь полученной таблице. Расчеты проводят до получения оптимального варианта.

Вычисления по улучшению плана начинают с выбора клетки с наибольшей по абсолютной величине отрицательной характеристикой. Затем от этой клетки строят замкнутый прямоугольный контур, все остальные вершины которого обязательно должны быть в занятых клетках. Контур строят так: перемещаясь от вводимой в план свободной клетки по строке (или столбцу), проводим линию до любой занятой клетки и, делая поворот на 90° , снова продолжаем ее до следующей занятой клетки и т. д. до тех пор, пока контур не замкнется в исходной клетке. В вершинах контура проставляем чередующиеся знаки «+» и «-», начиная со свободной клетки, где ставим знак «+». Формы замкнутых контуров могут быть различными. После построения контура производят сдвиг грузоперевозок; среди отрицательных вершин контура отыскивается минимальное число, и на эту вершину производится перераспределение грузов в соответствии с проставленными знаками вершин.

Процесс перераспределения рассмотрим по полученному результату (см. табл. 3.5).

Из отрицательных характеристик наибольшей по абсолютной величине является $W_{22} = -20$. Следовательно, в план необходимо ввести свободную клетку (2; 2). Выбираем эту клетку в качестве исходной вершины контура и ставим знак «+». Двигаясь по этой строке влево до занятой клетки (2; 1), поворачиваем на 90° вверх и продолжаем перемещение вдоль первого столбца до занятой клетки (1; 1). Затем снова делаем поворот на 90° и переходим к клетке (1; 2), после этого, повернув на 90° вниз, возвращаемся к исходной клетке (2; 2) и проставляем чередующиеся знаки «+» и «-». В отрицательной полуцепи контура выбираем наименьший объем груза (3000 т в клетке (2; 1)) и на эту величину производим перераспределение. Тогда в план войдет маршрут (2; 2) с объемом перевозок 3000 т и изменятся перевозки по остальным маршрутам цепи следующим

образом: $x_{12} = 0$; $x_{22} = 3000$ т; $x_{21} = 3000$ т; $x_{11} = 10\,000$ т. Получим новый (третий) план перевозок (табл. 3.6). Целевая функция по новому плану составляет

$$\begin{aligned} Z &= C_{11} \cdot x_{11} + C_{21} \cdot x_{21} + C_{22} \cdot x_{22} + C_{31} \cdot x_{31} + C_{33} \cdot x_{33} + C_{42} \cdot x_{42} = \\ &= 60 \cdot 10000 + 30 \cdot 3000 + 40 \cdot 3000 + 40 \cdot 3000 + 40 \cdot 1000 + 30 \cdot 12\,000 + \\ &\quad + 40 \cdot 9000 = 15\,700 \text{ руб.} \end{aligned}$$

Проверим полученный план на оптимальность. Приняв $U_1=0$, вычислим потенциалы таблицы:

$$\begin{aligned} V_1 &= C_{11} + U_1 = 60 + 0 = 60; \\ U_2 &= V_1 - C_{21} = 60 - 30 = 30; \\ V_2 &= C_{22} + U_2 = 40 + 30 = 70; \\ U_3 &= V_1 - C_{31} = 60 - 40 = 20; \\ V_3 &= C_{33} + U_3 = 30 + 20 = 50; \\ U_4 &= V_2 - C_{42} = 70 - 40 = 30. \end{aligned}$$

Результаты запишем в табл. 3.6. Вычислим характеристики свободных клеток таблицы:

$$\begin{aligned} W_{12} &= C_{12} - (V_2 - U_1) = 90 - (70 - 0) = 20; \\ W_{13} &= C_{13} - (V_3 - U_1) = 40 - (50 - 0) = -10; \\ W_{23} &= C_{23} - (V_3 - U_2) = 50 - (50 - 30) = 30; \\ W_{32} &= C_{32} - (V_2 - U_3) = 60 - (70 - 20) = 10; \\ W_{41} &= C_{41} - (V_1 - U_4) = 50 - (60 - 30) = 20; \\ W_{43} &= C_{43} - (V_3 - U_4) = 70 - (50 - 30) = 50. \end{aligned}$$

План не является оптимальным, так как $W_{13} < 0$. Его можно улучшить, включив маршрут (1; 3). Строим замкнутый контур (см. табл. 3.6), начиная с клетки (1; 3). Вершинами контура являются (1; 3), (3; 3), (3; 1), (1; 1).

В отрицательной полуцепи контура наименьший объем груза составляет 10 000 т. Перераспределив этот объем, получим следующие изменения остальных маршрутов цепи: $x_{11} = 0$; $x_{13} = 10\,000$ т; $x_{33} = 2000$ т; $x_{31} = 11\,000$ т. Таким образом, сформируем новый

(четвертый) план (табл. 3.7). Вычислим значения целевой функции полученного плана:

$$\begin{aligned} Z &= C_{13} \cdot x_{13} + C_{21} \cdot x_{21} + C_{22} \cdot x_{22} + C_{31} \cdot x_{31} + C_{33} \cdot x_{33} + C_{42} \cdot x_{42} = \\ &= 40 \cdot 10\,000 + 30 \cdot 3000 + 40 \cdot 3000 + 40 \cdot 11\,000 + 30 \cdot 2000 + 40 \cdot 9000 = \\ &= 14\,700 \text{ руб.} \end{aligned}$$

3.6. Распределительная таблица третьего базисного плана

A_i	B_1	B_2	B_3	a_i
A_1	60	90	40	$U_1 = 0$
	-10 000		+	10 000
A_2	30	40	50	$U_2 = 30$
	3000	3000		6000
A_3	40	60	30	$U_3 = 20$
	+ 1000		-12 000	13 000
A_4	50	40	70	$U_4 = 30$
		9000		9000
b_i	14 000 $V_1 = 60$	12 000 $V_2 = 70$	12 000 $V_3 = 50$	

Проверим план на оптимальность. Приняв $U_1 = 0$, вычислим потенциалы таблицы:

$$V_3 = C_{13} + U_1 = 40 + 0 = 40;$$

$$U_3 = V_3 - C_{31} = 40 - 30 = 10;$$

$$V_1 = C_{31} + U_3 = 40 + 10 = 50;$$

$$U_2 = V_1 - C_{21} = 50 - 30 = 20;$$

$$V_2 = C_{22} + U_2 = 40 + 20 = 60;$$

$$U_4 = V_2 - C_{42} = 60 - 40 = 20.$$

3.7. Распределительная таблица четвертого базисного плана

A_i	B_1	B_2	B_3	a_i
A_1	60	90	40	$U_1 = 0$ 10 000
A_2	3000	3000	50	$U_2 = 20$ 6000
A_3	40	60	30	$U_3 = 10$ 13 000
A_4	50	40	70	$U_4 = 20$ 9000
b_j	14 000 $V_1 = 50$	12 000 $V_2 = 60$	12 000 $V_3 = 40$	

Результаты запишем в табл. 3.7 и вычислим характеристики свободных клеток таблицы:

$$W_{11} = C_{11} - (V_2 - U_1) = 60 - (50 - 0) = 10;$$

$$W_{12} = C_{12} - (V_2 - U_1) = 90 - (60 - 0) = 30;$$

$$W_{23} = C_{23} - (V_3 - U_2) = 50 - (40 - 20) = 30;$$

$$W_{32} = C_{32} - (V_2 - U_3) = 60 - (60 - 10) = 10;$$

$$W_{41} = C_{41} - (V_1 - U_4) = 50 - (50 - 20) = 20;$$

$$W_{43} = C_{43} - (V_3 - U_4) = 70 - (40 - 20) = 50.$$

Все характеристики положительны. Вариант базисного плана – оптимальный. Минимальные транспортные затраты достигаются при распределении перевозок по маршрутам следующим образом: $x_{13} = 10\ 000$ т; $x_{21} = 3000$ т; $x_{22} = 3000$ т; $x_{31} = 11\ 000$ т; $x_{33} = 2000$ т; $x_{42} = 9000$ т. Для исключения возможных ошибок в подсчете потенциалов и характеристик на каждом этапе вычислений проводят контроль по следующей формуле:

$$\sum_{j=1}^n b_j \cdot V_j - \sum_{i=1}^m a_i \cdot U_i = Z.$$

Например, для последнего варианта базисного плана

$$(b_1 \cdot V_1 + b_2 \cdot V_2 + b_3 \cdot V_3) - (a_1 \cdot U_1 + a_2 \cdot U_2 + a_3 \cdot U_3 + a_4 \cdot U_4) = \\ = (14\,000 \cdot 50 + 12\,000 \cdot 60 + 12\,000 \cdot 40) - (10\,000 \cdot 0 + 6000 \cdot 20 + \\ + 13\,000 \cdot 10 + 9000 \cdot 20) = 1\,900\,000 - 430\,000 = 14\,700 \text{ руб.}$$

3.3. Вырождение при решении транспортной задачи и способы его устранения

При решении транспортной задачи подчеркивалось, что число занятых клеток в распределительных таблицах равно $(m + n - 1)$. Если же в таблице число занятых клеток окажется меньше, чем $(m + n - 1)$, то вычисление потенциалов для всех строк и столбцов становится невозможным. Такая модель задачи называется *вырожденной*. Явление вырождения транспортной задачи может встретиться как при составлении первого базисного плана, так и при его последующем улучшении. Причины вырождения заключаются в следующем:

– в некотором пункте отправления (i) находится ровно столько груза, сколько требуется его в одном из пунктов назначения (j) при $i = j$, поэтому при составлении распределительной таблицы число занятых клеток будет меньше, чем $(m + n - 1)$;

– в отрицательной полуцепи замкнутого контура встречаются одинаковые по величине минимальные объемы грузов, при перераспределении которых возникают нули, и число занятых клеток становится меньше, чем $(m + n - 1)$.

Вырождение задачи можно преодолеть следующими приемами:

– поменять местами столбцы таблицы (тогда при $i = j$ не будет соответствия в объемах грузов поставщика и потребителя);

– построить первый базисный план каким-либо иным способом, отличающимся от приведшего к вырождению;

– принять клетку с нулевым объемом груза условно за занятую, т. е. ввести фиктивно занятую клетку.

Если вырождение возникло в процессе последовательного улучшения плана, то оно легче всего преодолевается введением фиктивно занятого пункта назначения.

3.4. Открытая модель транспортной задачи

Если в условиях рассмотренной задачи допустить $\sum_{i=1}^m a_i \neq \sum_{j=1}^n b_j$, то получим так называемую открытую модель транспортной задачи.

Ее решение рассмотрим для случая $\sum_{i=1}^m a_i > \sum_{j=1}^n b_j$.

От четырех поставщиков необходимо доставить некоторый груз трем потребителям. Данные о наличии груза у поставщиков (a_i), потребность в нем у потребителей (b_j) и расстояние перевозки (км) от любого поставщика до любого потребителя (b_{ij}) приведены в табл. 3.8. Необходимо найти такие объемы перевозок (x_{ij}) по маршрутам, чтобы минимизировать общий грузооборот (т·км).

3.8. Данные для решения открытой модели транспортной задачи

A_i	B_1	B_1	B_1	a_i
A_1	6 x_{11}	9 x_{12}	4 x_{13}	14 000
A_2	3 x_{21}	4 x_{22}	5 x_{23}	5000
A_3	4 x_{31}	6 x_{32}	3 x_{33}	12 000
A_4	5 x_{41}	4 x_{42}	7 x_{43}	8000
b_j	10 000	12 000	10 000	

Поскольку общий объем ресурсов превышает потребность в нем на 7000 т, при построении первого базисного плана в распределительную таблицу введем столбец «фиктивный потребитель» с высоким тарифом (например, 100), чтобы исключить возможность перевозок по «фиктивному маршруту» (в случае, если общий объем ресурсов меньше потребности в них, то вводится новая строка «фиктивный производитель»).

Первый базисный план построим по способу наилучшего элемента в каждой строке (табл. 3.9). Целевая функция по первому плану (без «фиктивных маршрутов») составляет:

$$\begin{aligned} Z &= l_{12} \cdot x_{12} + l_{21} \cdot x_{21} + l_{31} \cdot x_{31} + l_{33} \cdot x_{33} + l_{41} \cdot x_{41} + l_{42} \cdot x_{42} = \\ &= 9 \cdot 7000 + 3 \cdot 5000 + 4 \cdot 2000 + 3 \cdot 10\,000 + 5 \cdot 3000 + 4 \cdot 3000 + 4 \cdot 5000 = \\ &= 163\,000 \text{ т} \cdot \text{км}. \end{aligned}$$

Проверим полученный план на оптимальность. Вычислим потенциалы таблицы, приняв $U_1 = 0$:

$$\begin{aligned} V_2 &= l_{12} + U_1 = 9 + 0 = 9; \\ U_4 &= V_2 - l_{42} = 9 - 4 = 5; \\ V_1 &= l_{41} + U_4 = 5 + 5 = 10; \\ U_2 &= V_1 - l_{21} = 10 - 3 = 7; \\ U_3 &= V_1 - l_{31} = 10 - 4 = 6; \\ V_3 &= l_{43} + U_4 = 7 + 5 = 12. \end{aligned}$$

Результаты запишем в табл. 3.9 и вычислим характеристики свободных клеток этой таблицы:

$$\begin{aligned} W_{11} &= l_{11} - (V_1 - U_1) = 6 - (10 - 0) = -4; \\ W_{13} &= l_{13} - (V_3 - U_1) = 4 - (12 - 0) = -8; \\ W_{22} &= l_{22} - (V_2 - U_2) = 4 - (9 - 7) = 2; \\ W_{23} &= l_{23} - (V_3 - U_2) = 5 - (12 - 7) = 0; \\ W_{32} &= l_{32} - (V_2 - U_3) = 6 - (9 - 6) = 3; \\ W_{43} &= l_{43} - (V_3 - U_4) = 7 - (12 - 5) = 0. \end{aligned}$$

План не является оптимальным, так как $W_{11} < 0$ и $W_{13} < 0$. Из отрицательных характеристик наибольшей по абсолютной величине является $W_{13} = -8$. Следовательно, в план необходимо ввести свободную клетку (1; 3). Строим замкнутый контур (1; 3), (1; 2), (4; 2), (4; 1), (3; 1), (3; 3), (1; 3).

В отрицательной полуцепи контура наименьший объем груза составляет 3000 т (клетка (4; 1)). Перераспределив этот объем, получим второй базисный план: $x_{12} = 4000$ т; $x_{13} = 3000$ т; $x_{21} = 5000$ т; $x_{31} = 5000$ т; $x_{33} = 7000$ т; $x_{42} = 8000$ т (табл. 3.10). Целевая функция по второму базисному плану составляет

$$\begin{aligned} Z &= l_{12} \cdot x_{12} + l_{13} \cdot x_{13} + l_{21} \cdot x_{21} + l_{31} \cdot x_{31} + l_{33} \cdot x_{33} + l_{42} \cdot x_{42} = \\ &= 9 \cdot 4000 + 4 \cdot 3000 + 3 \cdot 5000 + 4 \cdot 5000 + 3 \cdot 7000 + 4 \cdot 8000 = \\ &= 136\,000 \text{ т} \cdot \text{км}. \end{aligned}$$

3.9. Распределительная таблица первого базисного плана

A_i	B_1	B_2	B_3	Фикт.	a_i
A_1	6	9	4	100	$U_1 = 0$
A_2	3	4	5	100	$U_2 = 7$
A_3	4	6	3	100	$U_3 = 6$
A_4	5	4	7	100	$U_4 = 5$
b_i	10 000 $V_1 = 10$	12 000 $V_2 = 9$	10 000 $V_3 = 12$		

Дополнительные данные из таблицы:

- Контур (1; 3) - (1; 2) - (4; 2) - (4; 1) - (3; 1) - (3; 3) - (1; 3) с пометками: $= 7000$, $+$, $+$, $-$, $-$, $+$.
- Контур (4; 1) - (3; 1) - (3; 3) - (4; 2) - (4; 1) с пометками: $+$, $-$, $-$, $+$.
- Контур (1; 3) - (1; 2) - (3; 2) - (3; 3) - (1; 3) с пометками: $+$, $-$, $-$, $+$.
- Контур (1; 3) - (1; 2) - (4; 2) - (4; 1) - (3; 1) - (3; 3) - (1; 3) с пометками: $+$, $-$, $-$, $+$, $-$, $+$.

Проверим полученный план на оптимальность. Вычислим потенциалы таблицы, приняв $U_1 = 0$:

$$V_2 = l_{12} + U_1 = 9 + 0 = 9;$$

$$V_3 = l_{13} + U_1 = 4 + 0 = 4;$$

$$U_3 = V_3 - l_{33} = 4 - 3 = 1;$$

$$V_1 = l_{31} + U_3 = 4 + 1 = 5;$$

$$U_2 = V_1 - l_{21} = 5 - 3 = 2;$$

$$U_4 = V_2 - l_{42} = 9 - 4 = 15.$$

Значения потенциалов запишем в табл. 3.10 и после этого вычислим характеристики свободных клеток таблицы.

3.10. Распределительная таблица второго базисного плана

A_i	B_1	B_2	B_3	Фикт.	a_i
A_1	6	9	4	100	$U_1 = 0$
		-4000	+3000	7000	14 000
A_2	3	4	5	100	$U_2 = 2$
	-5000				5000
A_3	4	6	3	100	$U_3 = 1$
	+5000		-7000		12 000
A_4	5	4	7	100	$U_4 = 5$
		8000			8000
b_i	10 000 $V_1 = 5$	12 000 $V_2 = 9$	10 000 $V_3 = 4$		

$$W_{22} = l_{22} - (V_2 - U_2) = 4 - (9 - 2) = -3;$$

$$W_{23} = l_{23} - (V_3 - U_2) = 5 - (4 - 2) = 3;$$

$$W_{32} = l_{32} - (V_2 - U_3) = 6 - (9 - 1) = -2;$$

$$W_{41} = l_{41} - (V_1 - U_4) = 5 - (5 - 5) = 5;$$

$$W_{43} = l_{43} - (V_3 - U_4) = 7 - (4 - 5) = 8.$$

План не является оптимальным, так как W_{22} и W_{32} отрицательны. Его можно улучшить, исключив маршрут (2; 2), как имеющий по абсолютной величине наибольшее отрицательное значение ($W_{22} = -3$).

Строим по приведенным выше правилам в табл. 3.10 замкнутый контур и перераспределяем наименьший объем груза в отрицательной полуцепи (4000 т в клетке (1; 2)).

Заносим в табл. 3.11 новый (третий) базисный план и проверяем его на оптимальность, положив $u_1 = 0$ и вычислив потенциалы.

$$V_3 = l_{13} + U_1 = 4 + 0 = 4;$$

$$U_3 = V_3 - l_{31} = 4 - 3 = 1;$$

$$V_1 = l_{13} + U_3 = 4 + 1 = 5;$$

$$U_2 = V_1 - l_{21} = 5 - 3 = 2;$$

$$V_2 = l_{22} + U_2 = 4 + 2 = 6;$$

$$U_4 = V_2 - l_{42} = 6 - 4 = 2.$$

3.11. Распределительная таблица третьего базисного плана

A_i	B_1	B_2	B_3	Фикт.	a_i
A_1	6	9	4	100	$U_1 = 0$ 14 000
A_2	3	4	5	100	$U_2 = 2$ 5000
A_3	4	6	3	100	$U_3 = 1$ 12 000
A_4	5	4	7	100	$U_4 = 2$ 8000
b_j	10 000 $V_1 = 5$	12 000 $V_2 = 6$	10 000 $V_3 = 4$		

Значения потенциалов занесем в табл. 3.11 и вычислим характеристики свободных клеток:

$$W_{11} = l_{11} - (V_1 - U_1) = 6 - (5 - 0) = 1;$$

$$W_{22} = l_{22} - (V_2 - U_2) = 9 - (6 - 0) = 3;$$

$$W_{23} = l_{23} - (V_3 - U_2) = 5 - (4 - 2) = 3;$$

$$W_{32} = l_{32} - (V_2 - U_3) = 6 - (6 - 1) = 1;$$

$$W_{41} = l_{41} - (V_1 - U_4) = 5 - (5 - 2) = 2;$$

$$W_{43} = l_{43} - (V_3 - U_4) = 4 - (4 - 2) = 5.$$

Третий базисный план является оптимальным, так как все характеристики свободных клеток положительны, причем целевая функция имеет наименьшее значение:

$$Z = l_{13} \cdot x_{13} + l_{21} \cdot x_{21} + l_{22} \cdot x_{22} + l_{31} \cdot x_{31} + l_{33} \cdot x_{33} + l_{42} \cdot x_{42} =$$

$$= 4 \cdot 7000 + 3 \cdot 1000 + 4 \cdot 4000 + 4 \cdot 9000 + 3 \cdot 3000 + 4 \cdot 8000 = 124\,000 \text{ т} \cdot \text{км}.$$

3.5. Задание к решению транспортной задачи распределительным методом

Требуется составить наиболее экономичный план транспортных перевозок некоторого однородного груза от производителей A_i к потребителям B_j . Общий объем производимого груза равен потребности в нем.

Стоимость перевозок C_{ij} , количество производителей и потребителей груза представлены в табл. 3.12. Числовые значения объемов производства груза a_i и потребности в нем b_j по каждому производителю и потребителю выбираются каждым студентом из табл. 3.13 согласно номеру варианта, выданному преподавателем, а для студентов безотрывной формы обучения – определяемого по двум последним цифрам номера зачетной книжки.

3.12. Таблица стоимости перевозок для решения
транспортной задачи распределительным методом

A_i	B_1	B_2	B_3	a_i
A_1	x_{11}	x_{12}	x_{13}	a_1
A_2	x_{21}	x_{22}	x_{23}	a_2
A_3	x_{31}	x_{32}	x_{33}	a_3
A_4	x_{41}	x_{42}	x_{43}	a_4
b_j	b_1	b_2	b_3	

3.13. Исходные данные для решения
транспортной задачи распределительным методом

№ варианта	a_1	a_2	a_3	a_4	b_1	b_2	b_3
01-26-51-76	8000	5000	10 000	7000	12 000	9000	9000
02-27-52-77	7000	6000	10 000	7000	12 000	9000	9000
03-28-53-78	8000	6000	9000	7000	9000	9000	12 000
04-29-54-79	8000	5000	9000	8000	9000	9000	12 000
05-30-55-80	9000	4000	10 000	7000	12000	9000	9000
06-31-56-81	8000	4000	11 000	7000	12000	9000	9000
07-32-57-82	8000	5000	11 000	6000	9000	9000	12 000
08-33-58-83	9000	5000	9000	7000	9000	9000	12 000
09-34-59-84	7000	5000	11 000	7000	9000	12 000	9000
10-35-60-85	9000	5000	10 000	6000	9000	12 000	9000
11-36-61-86	7000	5000	10 000	8000	9000	12 000	9000
12-37-62-87	8000	6000	10 000	6000	9000	12 000	9000
13-38-63-88	8000	4000	10 000	8000	9000	12 000	9000
14-39-64-89	10 000	8000	11 000	9000	14 000	12 000	12 000
15-40-65-90	11 000	7000	11 000	9000	14 000	12 000	12 000
16-41-66-91	9000	9000	11 000	9000	14 000	12 000	12 000
17-42-67-92	10 000	9000	10 000	9000	14 000	12 000	12 000
18-43-68-93	10 000	7000	12 000	9000	12 000	12 000	14 000
19-44-69-94	10 000	8000	12 000	8000	12 000	14 000	12 000
20-45-70-95	10 000	8000	10 000	10 000	12 000	14 000	12 000
21-46-71-96	9000	12 000	7000	10 000	14 000	12 000	12 000
22-47-72-97	9000	10 000	9000	10 000	12 000	12 000	14 000
23-48-73-98	9000	11 000	9000	9000	12 000	12 000	14 000
24-49-74-99	9000	11 000	7000	11 000	12 000	12 000	14 000
25-50-75-00	8000	12 000	8000	10 000	12 000	14 000	12 000

3.6. Задание к решению открытой модели транспортной задачи

Требуется составить наиболее экономичный план транспортных перевозок некоторого однородного груза от производителей A_i к потребителям B_j , причем общий объем производимого груза не равен потребности в нем, т. е. $\sum_{i=1}^m a_i \neq \sum_{j=1}^n b_j$.

$$\sum_{i=1}^m a_i \neq \sum_{j=1}^n b_j .$$

Стоимость перевозок C_{ij} и количество производителей и потребителей груза представлены в табл. 3.14.

3.14. Таблица стоимости перевозок для решения открытой модели транспортной задачи

A_i	B_1	B_2	B_3	a_i
A_1	x_{11} 6	x_{12} 9	x_{13} 4	a_1
A_2	x_{21} 3	x_{22} 4	x_{23} 5	a_2
A_3	x_{31} 4	x_{32} 6	x_{33} 3	a_3
A_4	x_{41} 5	x_{42} 4	x_{43} 7	a_4
b_j	b_1	b_2	b_3	

Числовые значения объемов производства груза a_i и потребности в нем b_j по каждому производителю и потребителю выбираются каждым студентом из табл. 3.15 согласно номеру варианта, выданного преподавателем, а для студентов безотрывной формы обучения – определяемого по двум последним цифрам номера зачетной книжки.

3.7. Содержание работы

В процессе выполнения лабораторной работы оформляют исходные данные, представленные в табл. 3.12 с учетом числовых значений из табл. 3.13 по форме табл. 3.2.

3.15. Исходные данные для решения открытой модели транспортной задачи

№ варианта	a_1	a_2	a_3	a_4	b_1	b_2	b_3
1	2	3	4	5	6	7	8
01–26–51–76	8000	5000	10 000	7000	11 000	9000	9000
02–27–52–77	7000	6000	10 000	7000	11 000	8000	8000
03–28–53–78	8000	6000	9000	7000	10 000	5000	12 000
04–29–54–79	8000	5000	9000	8000	10 000	7000	10 000
05–30–55–80	9000	4000	10 000	7000	8000	6000	11 000
06–31–56–81	8000	4000	11 000	7000	9000	5000	6000
07–32–57–82	8000	5000	11 000	6000	10 000	9000	10 000
08–33–58–83	9000	5000	9000	7000	8000	11 000	10 000
09–34–59–84	7000	5000	11 000	7000	8000	10 000	8000
10–35–60–85	9000	5000	10 000	6000	8000	8000	12 000
11–36–61–86	7000	5000	10 000	8000	12 000	9000	6000
12–37–62–87	8000	6000	10 000	6000	11 000	7000	7000
13–38–63–88	8000	4000	10 000	8000	7000	11 000	9000
14–39–64–89	10 000	8000	11 000	9000	12 000	12 000	12 000
15–40–65–90	11 000	7000	11 000	9000	10 000	10 000	10 000
16–41–66–91	9000	9000	11 000	9000	10 000	12 000	10 000
17–42–67–92	10 000	9000	10 000	9000	11 000	11 000	11 000
18–43–68–93	10 000	7000	12 000	9000	11 000	11 000	13 000
19–44–69–94	10 000	8000	12 000	8000	11 000	11 000	14 000
20–45–70–95	10 000	8000	10 000	10 000	13 000	11 000	12 000
21–46–71–96	9000	12 000	7000	10 000	8000	15 000	11 000
22–47–72–97	9000	10 000	9000	10 000	15 000	15 000	6000
23–48–73–98	9000	11 000	9000	9000	14 000	7000	14 000
24–49–74–99	9000	11 000	7000	11 000	6000	12 000	12 000
25–50–75–00	8000	12 000	8000	10 000	13 000	11 000	9000

Затем выполняют решение транспортной задачи линейного программирования распределительным методом.

После этого решают открытую модель транспортной задачи, исходные данные к которой представлены в табл. 3.14, а числовые значения переменных – в табл. 3.15.

Оформляют отчет по лабораторной работе.

3.8. Средства технологического оснащения

- Персональный компьютер;
- Микрокалькулятор.

3.9. Порядок выполнения работы

3.9.1. Решение транспортной задачи распределительным методом

- Составляют первый базисный план способом наилучшего элемента в таблице;
- исследуют полученный план для определения его оптимальности;
 - рассчитывают потенциалы столбцов и строк и характеристики таблицы распределения;
- последовательно улучшают неоптимальный план до получения оптимального.

3.9.2. Решение открытой модели транспортной задачи

- В распределительную таблицу исходных данных вводят столбец «фиктивный потребитель» (если общий объем ресурсов больше потребности в них) с высоким тарифом (например, 100), чтобы исключить возможность перевозок по «фиктивному маршруту» (в случае, если общий объем ресурсов меньше потребности в них, то вводится новая строка «фиктивный производитель»);
- составляют первый базисный план способом наилучшего элемента в таблице;
- исследуют полученный план для определения его оптимальности;
 - рассчитывают потенциалы столбцов и строк и характеристики таблицы распределения;
 - последовательно улучшают неоптимальный план до получения оптимального.

3.10. Содержание отчета по лабораторной работе № 3

Исходные данные для решения транспортной задачи

Распределительная таблица первого базисного плана, составленного
диагональным методом

Значение целевой функции

Распределительная таблица первого базисного плана, составленного
методом наилучшего элемента таблицы

Значение целевой функции, расчет потенциалов и характеристик

Распределительные таблицы последующих базисных планов

Значения целевой функции, расчеты потенциалов и характеристик

Распределительная таблица оптимального базисного плана

Значение целевой функции, расчет потенциалов и характеристик

Исходные данные для решения открытой модели
транспортной задачи

Распределительная таблица первого базисного плана, составленного
методом наилучшего элемента таблицы

Значение целевой функции, расчет потенциалов и характеристик

Распределительные таблицы последующих базисных планов

Значения целевой функции, расчеты потенциалов и характеристик

Распределительная таблица оптимального базисного плана

Значение целевой функции, расчет потенциалов и характеристик

Выводы

3.11. Контрольные вопросы

1. Представьте форму постановки транспортной задачи.
2. Какова общая схема решения транспортной задачи?
3. Назовите методы построения первого базисного плана.
4. Каков недостаток диагонального метода построения первого базисного плана при решении транспортной задачи?
5. Что такое потенциал клеток таблицы распределения?
6. Что такое характеристика клеток таблицы распределения?
7. Как осуществляется улучшение неоптимального базисного плана?
8. Каковы причины вырождения транспортной задачи?
9. Назовите приемы преодоления вырождения транспортной задачи.
10. Что такое «открытая модель» транспортной задачи и каковы приемы ее решения?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4.

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ЗАДАЧ

Цель работы: приобретение навыков организации ремонтно-механического хозяйства на машиностроительных предприятиях.

4.1. Основные понятия и определения

Одним из основных понятий теории массового обслуживания является понятие о входящем потоке требований (заявок) на обслуживание [3]. Поток требований представляет собой последовательность однородных событий, которые наступают через случайные интервалы при непрерывном отсчете времени.

Главной характеристикой входящего потока является интенсивность потока требований в системе $\lambda(t)$, которая определяет среднее количество заявок на обслуживание, поступающих в единицу времени. Она связана со средним промежутком времени $\bar{\tau}(t)$ между двумя очередными обслуживаниями в момент времени t следующим соотношением:

$$\lambda(t) = 1 / \bar{\tau}(t).$$

Поток заявок называется *стационарным* (регулярным), если его вероятностный режим не изменяется во времени, т. е. если интенсивность потока заявок постоянна (события (заявки) следуют друг за другом через строго определенные промежутки времени):

$$\lambda(t) = \text{const} = \lambda = 1/\bar{\tau}.$$

Если события (заявки, требования), о которых идет речь, являются однородными с точки зрения их сущности и формы проявления, то и поток называется *однородным*.

Важное значение в теории массового обслуживания имеют потоки требований, в которых интервалы между последовательно возникающими требованиями распределяются по экспоненциальному (показательному) закону распределения, плотность вероятности которого определяется уравнением

$$f(\tau) = \lambda e^{-\lambda\tau}.$$

Такой поток называют *пуассоновским* потоком требований [7, 8]. Гистограмма и плотность вероятности потока заявок при экспоненциальном законе распределения представлены на рис. 4.1. Эта кривая показывает, что малых промежутков времени между моментами возникновения заявок больше, чем больших, и вероятность возникновения заявки через интервал τ убывает по мере его увеличения.

В некоторых реальных потоках число требований, поступивших в систему после произвольного момента времени t , не зависит от того, какое число требований поступило в систему до этого. Это свойство независимости характера потока требований от числа поступивших требований и моментов их поступления носит название *отсутствия последствия*. *Потоком с ограниченным последствием* называется поток, в котором величины $\tau_1, \tau_2, \tau_3 \dots$ взаимно независимы.

Поток требований называют *ординарным*, если вероятность появления двух и более заявок в один и тот же момент времени настолько мала, что практически можно считать невозможным совмещение двух или более событий в один и тот же момент времени.

Поток требований называется *простейшим*, если он одновременно ординарный, стационарный и без последствия. Существует теорема, согласно которой в простейшем потоке

требований промежутки времени между соседними заявками распределяются по экспоненциальному закону. Другим основным понятием теории массового обслуживания является время обслуживания, характеризующее затраты времени одним обслуживающим устройством на обслуживание одной заявки.

В связи с тем, что время обслуживания не является детерминированным, а изменяется от одного требования к другому, оно рассматривается как величина случайная.

Очень часто время обслуживания распределяется по экспоненциальному закону распределения с плотностью вероятности

$$f(t) = \mu \cdot e^{-\mu t_0},$$

где μ – интенсивность обслуживания или среднее число обслуживаний в единицу времени t_0 .

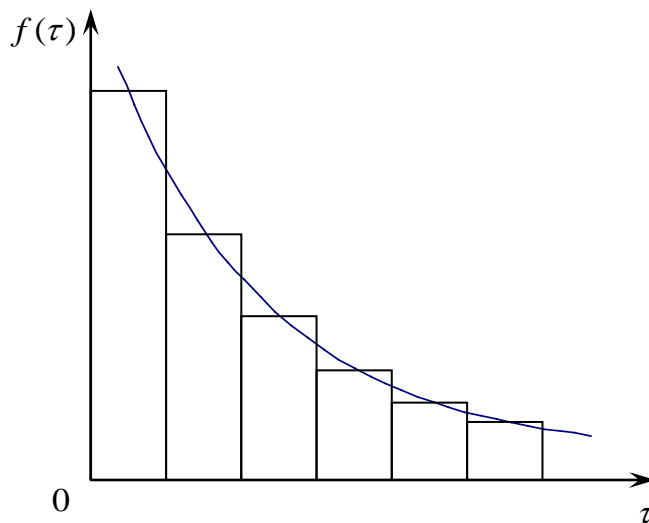


Рис. 4.1. Плотность вероятности при экспоненциальном законе распределения

4.2. Общая характеристика систем массового обслуживания

Рассмотрим процесс организации технического контроля в относительно небольшом механосборочном цехе, где для этой цели доста-

точно иметь всего один пост технического контроля. Пусть время, затрачиваемое на контроль одной партии заготовок, составляет точно два часа (детерминировано), а заготовки поступают на контроль также регулярно (через каждые два часа). При этом график работы поста технического контроля примет вид, представленный на рис. 4.2, а.

В этом случае пролеживание заготовок в ожидании контроля и простои поста в ожидании заготовок отсутствуют. Положение изменится, если хотя бы один из исходных параметров в этой задаче (промежуток времени между поступлениями заготовок на контроль или время выполнения технического контроля) окажется не детерминированным, а стохастическим. Такой случай проиллюстрирован графиками, приведенными на рис. 4.2, б, в.

В результате рассеивания значений одного из исходных параметров появились простои как заготовок (пролеживание в ожидании контроля), так и контролера в ожидании поступления заготовок, т. е. возникло явление очередей.

Таким образом, явление очередей есть прямое следствие рассеивания исходных параметров и стохастичности рассматриваемых процессов. Исследованием очередей теория массового обслуживания занимается путем изучения своеобразного класса систем, называемых *системами массового обслуживания* (СМО) [3, 7].

Каждая такая система объединяет некоторое количество параллельно действующих технических устройств (иногда людей – исполнителей), называемых *каналами обслуживания* (возможен случай, когда канал один). Они могут самостоятельно (независимо) выполнять все операции, лежащие в основе функционирования СМО, и увеличивать тем самым пропускную способность системы, определяемую числом обслуживаний, завершенных в единицу времени.

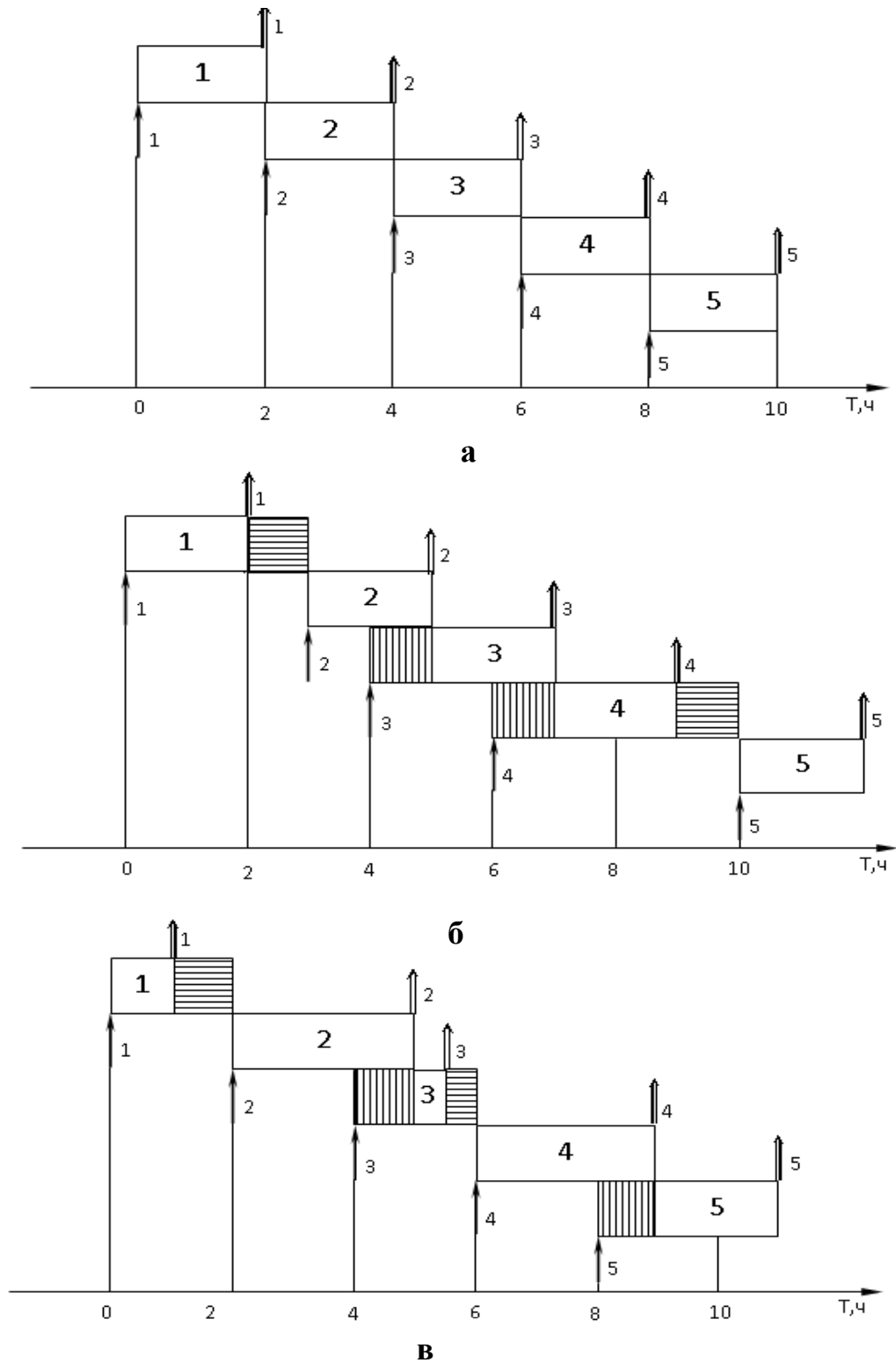


Рис. 4.2. Детерминированный график работ технического обслуживания (а), график работ оборудования при вероятностном характере поступления заявок (б) и при рассеивании времени технологических операций (в): $\uparrow 1$ – поступление заявки; $\boxed{1}$ – длительность обслуживания заявки; $\uparrow 1$ – уход обслуженной заявки; штриховка – простой технологического оборудования; штриховка – время ожидания заявки

В любой СМО существует опасность возникновения очереди заявок (требований) в одни периоды времени и простоя оборудования (исполнителей) из-за отсутствия заказов в другие периоды, поэтому главная задача исследований состоит в поиске связей между показателями (критериями) эффективности той или иной системы, ее структурой и условиями работы.

В любой СМО существует опасность возникновения очереди заявок (требований) в одни периоды времени и простоя оборудования (исполнителей) из-за отсутствия заказов в другие периоды, поэтому главная задача исследований состоит в поиске связей между показателями (критериями) эффективности той или иной системы, ее структурой и условиями работы.

В качестве критериев выбирают среднее время обслуживания поступающих заявок, среднюю (или максимальную) длину очереди, количество каналов обслуживания и др.

Теория массового обслуживания рассматривает различные системы массового обслуживания. Все они состоят из трех основных элементов: источника требований 1, накопителя 2 и узла обслуживания 3 (рис. 4.3, 4.4). Если узел обслуживания состоит всего из одного обслуживающего устройства (исполнителя), то такая система называется *одноканальной* (рис. 4.3, а, 4.4, а), при большем же числе устройств (исполнителей) – *многоканальной* (рис. 4.3, б; 4.4, б).

Различают как разомкнутые (см. рис. 4.3), так и замкнутые (см. рис. 4.4) системы массового обслуживания. Нередко число требований, которые могут поступать в систему, бывает неограниченным или такое предположение является удобным.

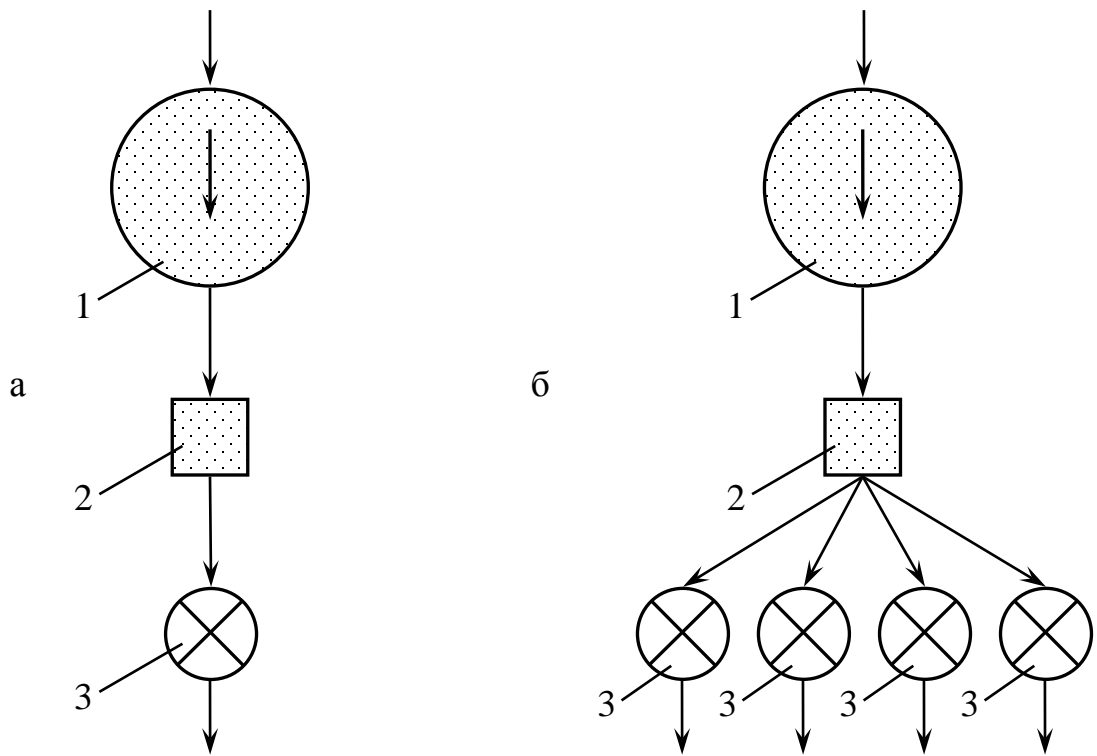


Рис. 4.3. Разомкнутая одноканальная (а) и многоканальная (б) система массового обслуживания

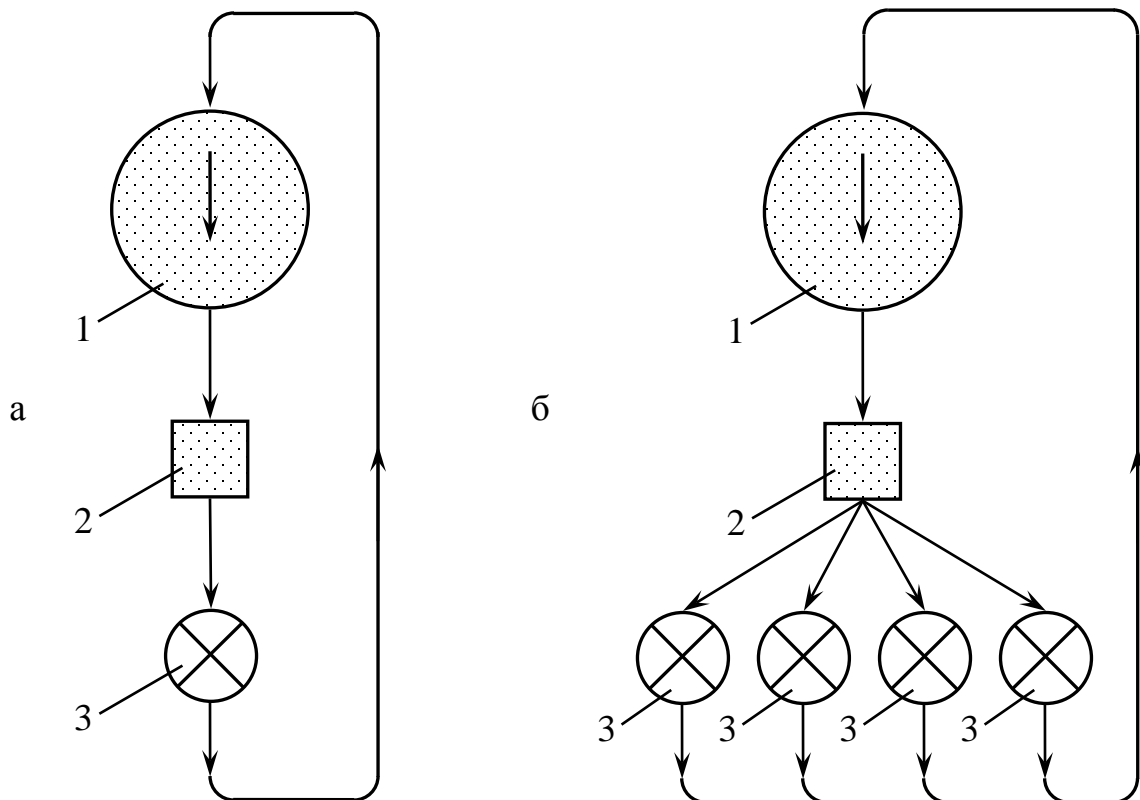


Рис. 4.4. Замкнутая одноканальная (а) и многоканальная (б) система массового обслуживания

Признаком замкнутой системы является то положение, что обслуженные требования не покидают систему, а возвращаются в источник требований (см. рис. 4.4).

При этом интенсивность входящего потока зависит от количества требований, находящихся в системе. Поясним это на следующем примере.

Пусть в механосборочном цехе имеется $A_{\text{сп}}$ станков, которые периодически требуют выполнения текущего ремонта. Если интенсивность элементарного потока требований на текущий ремонт одного станка является постоянной, то этого нельзя сказать об интенсивности суммарного потока требований Λ , исходящих от всех станков. Неправильно было бы считать, что $\Lambda = \lambda \cdot A_{\text{сп}}$.

Требования могут исходить не от всех, а только от исправных станков, которые находятся в эксплуатации. Неисправный станок, ранее потребовавший ремонта, может вновь потребовать ремонта только после того, как будет отремонтирован (возвратится в источник требований) и вновь начнет эксплуатироваться.

Поэтому интенсивность входящего потока будет равна не $\lambda \cdot A_{\text{сп}}$, а $\Lambda = \lambda \cdot A_{\text{испр}}$. Однако $A_{\text{испр}}$ не является постоянной и изменяется во времени, а, следовательно, и λ не является величиной постоянной. Поэтому правильнее записать $\Lambda = \lambda \cdot A_{\text{испр}}(t)$.

Различают еще системы массового обслуживания с потерями (с отказами) и без потерь (с очередью). Первая группа систем характеризуется тем, что требование не может ждать начала обслуживания или система обслуживания отказывает требованию, если все обслуживаемые устройства (исполнители) заняты.

Системы без потерь (с очередью) называются *системами с неограниченным ожиданием*. Имеются также системы с *ограниченным ожиданием*, в которых требования могут ожидать

обслуживания только ограниченное время, по истечении которого они покидают систему.

Различают также системы с приоритетом и без приоритета. В системах без приоритета требования обслуживаются в порядке их поступления. Если некоторые из требований поступают на обслуживание в первую очередь (независимо от того, когда они поступили в накопитель), такие системы называются *системами массового обслуживания с приоритетом*.

Из всех перечисленных СМО подробно рассмотрим лишь две, наиболее полно отвечающие условиям нашей задачи: разомкнутую и замкнутую многоканальные системы.

4.3. Оценка эффективности разомкнутой многоканальной системы массового обслуживания

Разомкнутая многоканальная система массового обслуживания (система с несколькими исполнителями), так же, как и любая СМО, может находиться во множестве различных состояний. Обозначим через E_n состояние, при котором в системе (накопителе и узле обслуживания) находится n требований. За время dt в системе возможны следующие переходы с определенными вероятностями из одного состояния в другое (табл. 4.1). Здесь S – число обслуживающих устройств (каналов); μ – общая интенсивность обслуживания S устройствами; λ – интенсивность потока требований.

4.1. Вероятности перехода системы в возможные состояния

Соотношение n и S	Изменение состояния	Вероятность перехода
$n \leq S$	$E_0 \rightarrow E_0$	$1 - \lambda dt$
	$E_0 \rightarrow E_1$	λdt
	$E_1 \rightarrow E_0$	$\frac{\mu}{S} dt$
	$E_n \rightarrow E_n$	$1 - (\lambda + \frac{\mu n}{S}) dt$
	$E_n \rightarrow E_{n+1}$	λdt
	$E_n \rightarrow E_{n-1}$	$\frac{n\mu}{S} dt$
$n > S$	$E_n \rightarrow E_n$	$1 - (\lambda + \mu) dt$
	$E_n \rightarrow E_{n+1}$	λdt
	$E_n \rightarrow E_{n-1}$	μdt

Для расчета СМО необходимо определить вероятность нулевого состояния системы P_0 и текущего состояния системы P_n .

$$P_0 = 1 / \left(\frac{s^n \psi^n}{s!(1-\psi)} + \sum_{n=0}^{S-1} \frac{s^n \psi^n}{n!} \right); \quad (4.1)$$

$$P_n = P_0 \frac{s^n \psi^n}{n!} \text{ при } n \leq S \text{ и } P_n = P_0 \frac{s^S \psi^n}{S!} \text{ при } n > S,$$

где $\psi = \frac{\lambda}{\mu}$.

Величина ψ играет важную роль. Она выражает степень насыщенности системы и называется *коэффициентом использования системы*, или загрузкой системы. При $\psi > 1$ установившегося режима работы не получится, и очередь будет расти неограниченно, так как интенсивность обслуживания μ меньше интенсивности поступления требований λ . Поэтому при решении задач массового обслуживания принимаем, что $\psi \leq 1$.

Кроме того, по величине ψ можно определить среднее число свободных (простаивающих) каналов обслуживания

$$\bar{\rho} = (1 - \psi) \cdot S. \quad (4.2)$$

Таким образом, мы имеем уравнения, необходимые для решения задачи массового обслуживания с учетом требований разомкнутой

системы с S устройствами. Зная вероятности состояния системы массового обслуживания P_0 и P_n , легко определить все основные параметры, характеризующие эту систему:

- вероятность того, что все обслуживающие устройства свободны;
- вероятность того, что все обслуживающие устройства заняты;
- среднее время ожидания начала обслуживания требования при S обслуживающих устройствах;
- средняя длина очереди (среднее число требований, ожидающих обслуживания);
- среднее число требований, находящихся в системе обслуживания;
- среднее число свободных (занятых) обслуживающих устройств, коэффициент их использования во времени и др.

Однако ограничимся вычислением всего двух показателей, достаточных для определения эффективности системы массового обслуживания и выбора оптимального числа обслуживающих устройств: средней длины очереди $\bar{\gamma}$ и коэффициента использования обслуживающих устройств K_a .

Средняя длина очереди $\bar{\gamma}$ определяется следующим образом. Требование может находиться в очереди, если количество требований n , находящихся в системе, будет превышать число обслуживающих устройств S . При $n = S + 1$ в очереди будет одно требование, при $n = S + 2$ – два, и т. д. В общем случае число требований в очереди будет $\gamma = n - S$.

Средняя длина очереди определяется уравнением

$$\bar{\gamma} = \frac{S^S \cdot \psi^{S+1}}{S! \cdot (1-\psi)^2} P_0. \quad (4.3)$$

Для определения коэффициента использования по времени обслуживающих устройств рассмотрим достаточно большой интервал времени T . В течение этого времени через систему пройдет в среднем

$\lambda \cdot T$ требований. За это же время обслуживающие устройства (при полной их загрузке) смогли бы обслужить $\mu \cdot T$ требований. Коэффициент использования по времени обслуживающих устройств будет равен

$$K_a = \frac{\lambda T}{\mu T} = \frac{\lambda}{\mu} = \psi. \quad (4.4)$$

Иначе коэффициент использования устройств равен коэффициенту использования системы.

Для оценки эффективности системы введем еще один параметр (критерий оптимальности) – суммарные издержки от простоев заявок (требований) C_1 и устройств (каналов обслуживания) C_2

$$U = C_1 \cdot \bar{\gamma} + C_2 \cdot \bar{\rho}. \quad (4.5)$$

Зависимость U от S можно представить графиком (рис. 4.5).

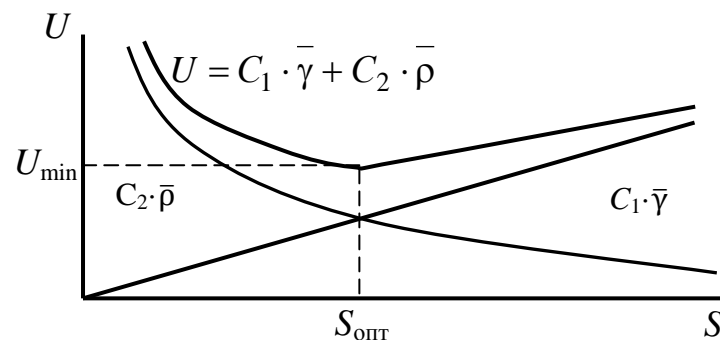


Рис. 4.5. Изменение целевой функции U в зависимости от числа обслуживающих приборов S

Перейдем теперь к решению практических примеров.

Пример 1. Пусть на станцию технического обслуживания ежедневно поступает в среднем девять автомобилей, требующих текущего ремонта ($\lambda = 9$ требованиям в сутки). Один пост текущего ремонта в день может отремонтировать два автомобиля. Издержки от простоя автомобиля составляют 300 рублей, а от простоя поста – 500 рублей за сутки ($C_1 = 300$ руб., $C_2 = 500$ руб.). Требуется определить оптимальное число постов текущего ремонта – $S_{\text{опт}}$, такое, чтобы суммарные издержки от простоя автомобилей и постов были минимальны.

Классический (детерминированный) метод расчета подсказывает решение: $S = 5$ постам ($\mu = 10$ обслуживаний в сутки). При этом получаем достаточно высокий коэффициент загрузки оборудования (4.4)

$$K_a = \psi = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{9}{10} = 0,9.$$

Брать значение $S = 4$ нельзя, так как в этом случае $K_a = \psi = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{9}{8} > 1$ (очередь будет неограниченно расти).

Определим по зависимости (4.1) вероятность того, что ни один пост не будет занят:

$$P_0 = \frac{1}{\frac{5^5 \cdot 0,9^5}{5!(1-0,9)} + \sum_{n=0}^4 \frac{5^5 \cdot 0,9^n}{n!}} = 0,0052.$$

Средняя длина очереди автомобилей (4.3)

$$\bar{\gamma} = \frac{5^5 \cdot 0,9^6}{5!(1-0,9)^2} \cdot 0,0052 = 7,2 \text{ автомобиля.}$$

Среднее число постов, не занятых обслуживанием (4.2),

$$\bar{\rho} = (1 - \psi) \cdot S = (1 - 0,9) \cdot 5 = 0,5 \text{ поста.}$$

Для решения поставленной задачи будем минимизировать значение целевой функции методом простого перебора. По исходным данным при принятом числе постов будем иметь $U_5 = 300 \cdot 7,2 + 500 \cdot 0,5 = 2410$ руб. (за сутки).

Теперь примем $S = 6$.

Тогда коэффициент загрузки оборудования $\psi = 9/(6 \cdot 2) = 0,75$.

Вероятность того, что ни один пост не будет занят,

$$P_0 = \frac{1}{\frac{6^6 \cdot 0,75^6}{6!(1-0,75)} + \sum_{n=0}^5 \frac{6^6 \cdot 0,75^n}{n!}} = 0,01.$$

Средняя длина очереди автомобилей

$$\bar{\gamma} = \frac{6^6 \cdot 0,75^7}{6!(1-0,75)^2} \cdot 0,01 = 1,4 \text{ автомобиля.}$$

Среднее число постов, не занятых обслуживанием,

$$\bar{\rho} = (1 - 0,75) \cdot 6 = 1,5 \text{ поста.}$$

Суммарные издержки

$$U_6 = 300 \cdot 1,4 + 500 \cdot 1,5 = 1170 \text{ руб.}$$

Примем $S = 7$. Тогда $\psi = 9/14 = 0,643$.

$$P_0 = \frac{1}{\frac{7^7 \cdot 0,643^7}{7!(1-0,643)} + \sum_{n=0}^6 \frac{7^7 \cdot 0,643^n}{n!}} = 0,01.$$

$$\bar{\gamma} = \frac{7^7 \cdot 0,643^8}{7!(1-0,643)^2} \cdot 0,01 = 1,4 \text{ автомобиля.}$$

$$\bar{\rho} = (1 - 0,643) \cdot 7 = 2,5 \text{ поста.}$$

$$U_7 = 300 \cdot 0,4 + 500 \cdot 2,5 = 1370 \text{ руб. в сутки.}$$

Дальнейшее увеличение S поведет к возрастанию целевой функции U .

Таким образом, оптимальное число постов $S = 6$.

$U_5 - U_6 = 2410 - 1170 = 1240$ руб. Таков был бы убыток предприятия за сутки в случае применения детерминированных методов расчета.

4.4. Оценка эффективности замкнутой многоканальной системы массового обслуживания

Рассмотрим случай, когда узел обслуживания предназначен для обслуживания конечного и притом постоянного числа требований. Как только требования обслужены, они возвращаются в источник. Более того, предположим, что источник имеет интенсивность, пропорциональную числу содержащихся в нем требований.

Пусть на машиностроительном предприятии имеется $A_{\text{ст}} = m$ единиц металлорежущего оборудования. Интенсивность потока требований на текущий ремонт одного станка λ' . Если в некоторый момент времени число станков, ожидающих ремонта и ремонтируемых, n (система находится в E_n состоянии), то число исправно работающих станков равно $(m - n)$ и интенсивность входящего потока определится как $(m - n) \cdot \lambda'$, которая будет изменяться дискретным образом (скачкообразно) всякий раз, когда будет иметь место выход станка из строя или его восстановление.

В результате решения дифференциальных уравнений состояний замкнутой многоканальной СМО получены соотношения, в которых $\psi' = \lambda' / \mu$ [7]:

$$\frac{P_n}{P_0} = C_m^n S^n \psi'^n \quad (0 < n \leq S);$$

$$\frac{P_n}{P_0} = C_m^n \frac{n! S^S}{S!} \psi'^n \quad (S \leq n \leq m);$$

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^s C_m^n S^n \psi'^n + \sum_{n=s+1}^m C_m^n \frac{n! S^S}{S!} \psi'^n},$$

где λ' – удельная интенсивность потока требований, приходящаяся на одно требование, потенциально имеющееся в источнике; μ – общая интенсивность обслуживания; C_m^n – число сочетаний из m по n .

Принимая во внимание, что $C_m^n = m! / (n!(m-n)!)$ и заменив μ через $s\mu'$, где μ' – интенсивность обслуживания одним каналом, полученные соотношения можно записать:

$$P_n = \frac{m! \psi'^n}{n!(m-n)!} P_0 \quad \text{при } 0 \leq n \leq S; \quad (4.6)$$

$$P_n = \frac{m! \psi'^n}{S^{n-S} S!(m-n)!} P_0 \quad \text{при } S < n \leq m; \quad (4.7)$$

$$P_0 = \left[\sum_{n=0}^s \frac{m! \psi'^n}{n!(m-n)!} + \sum_{n=S+1}^m \frac{m! \psi'^n}{S^{n-S} S!(m-n)!} \right], \quad (4.8)$$

где $\psi = \lambda' / \mu'$.

Рассмотрим решение практической задачи с использованием представленных формул [3, 7], но начнем сначала с замкнутой *одноканальной* СМО.

Пример 2. Пусть один слесарь-ремонтник ($S = 1$) обслуживает на участке механосборочного цеха $m = 6$ станков. В среднем каждый станок требует текущего ремонта или наладки один раз за месяц ($\lambda' = 1$). Слесарь может обслужить за месяц 10 станков ($\mu' = 10$). Необходимо определить среднее число

станков, ожидающих обслуживания ($\bar{\gamma}$), коэффициент простоя станков и коэффициент простоя слесаря.

Рассматриваемая система может находиться в семи различных состояниях (чисто станков в ремонте от 0 до 6).

В соответствии с полученными формулами и, положив $S = 1$, будем иметь по зависимости (4.6)

$$P_1 = \frac{6!}{(6-1)!} \cdot (0,1) \cdot P_0 = 0,6P_0;$$

и по зависимости (4.7)

$$P_n = \frac{6!}{(6-n)!} (0,1)^n \cdot P_0 \quad (2 \leq n \leq 6),$$

где P_1 – вероятность того, что слесарь ремонтирует один станок, а остальные работают; P_n – вероятность того, что слесарь ремонтирует один станок, а $(n-1)$ ожидают ремонта.

Результаты подсчетов для всех семи состояний рассматриваемой СМО сведем в табл. 4.2. В таблице первым вычисляется третий столбец, т. е. отношение $\frac{P_n}{P_0}$ при $n_6 = 0, 1, \dots, 6$. Затем, суммируя третий столбец и учитывая,

что $\sum_{n=0}^6 P_n = 1$, получим $\sum_{n=0}^6 \frac{P_n}{P_0} = \frac{1}{P_0} \sum_{n=0}^6 P_n = \frac{1}{P_0}$, откуда

$$P_0 = 1/2,06392 = 0,4845.$$

Умножая величины третьего столбца на $P_0 = 0,4845$, имеем четвертый столбец.

Среднее число станков, стоящих в очереди, равно

$$\bar{\gamma} = \sum_{n=2}^6 (n-1)P_n.$$

Суммируя пятый столбец, получим $\bar{\gamma} = 0,3298$.

Таким образом, слесарь свободен около половины рабочего дня ($P_0 = 0,4845$) и примерно 0,33 ($\bar{\gamma} = 0,3298$) станка из шести в среднем будет простаивать в очереди, а коэффициент простоя станков

$$\gamma = \bar{\gamma} / m = 0,33/6 = 0,055.$$

Перейдем теперь к замкнутой *многоканальной* системе.

4.2. Результаты расчета параметров состояний замкнутой
одноканальной системы массового обслуживания

№ состояния СМО	Число станков, ожидающих ремонта ($n - 1$)	P_n/P_0	P_n	$(n - 1)P_n$
1	2	3	4	5
0	0	1,00000	0,4845	0,0000
1	0	0,60000	0,2907	0,0000
2	1	0,30000	0,1454	0,1454
3	2	0,12000	0,0582	0,1164
4	3	0,03600	0,0175	0,0525
5	4	0,00720	0,0035	0,0140
6	5	0,00072	0,0003	0,0015
ИТОГО		2,06392	–	0,3298

Пример 3. Пусть бригада из трех человек обслуживает 20 станков ($S = 3, m = 20$). Все остальные условия предыдущего примера остаются прежними. В среднем теперь на одного рабочего приходится $6^2/3$ станка и одновременно может обслуживаться 3 станка. Определим те же параметры, что и в предыдущей задаче. Результаты вычислений сведем в табл. 4.3.

При $n > 12$ значениями P_n с точностью до пятого знака можно пренебречь.

Для замкнутой многоканальной СМО среднее число станков, ожидающих обслуживания, равно

$$\bar{\gamma} = \sum_{n=4}^{12} (n-3) \cdot P_n = 0,33863. \quad (4.9)$$

Коэффициент простоя станков, ожидающих обслуживания,

$$\gamma = \bar{\gamma} / m = 0,34/20 = 0,017. \quad (4.10)$$

Среднее число свободных рабочих

$$\bar{\rho} = \sum_{n=0}^2 (n+3) P_n = 3P_0 + 2P_1 + P_2 = 1,21266. \quad (4.11)$$

Отсюда коэффициент простоя одного рабочего будет равен

$$\rho = \bar{\rho} / S = 1,21266 / 3 = 0,4042. \quad (4.12)$$

4.3. Результаты расчета параметров состояний замкнутой многоканальной системы массового обслуживания

№ состояния СМО	Число ремонтируемых станков	Число станков в ожидании ($n - 3$)	Число свободных рабочих	P_n/P_0	P_n	$(n - 3)P_n$
0	0	0	3	1	0,13625	—
1	1	0	2	2	0,27250	—
2	2	0	1	1,9	0,25888	—
3	3	0	0	1,14	0,15533	—
4	3	1	0	0,646	0,08802	0,08802
5	3	2	0	0,34453	0,04694	0,09388
6	3	3	0	0,17226	0,02347	0,07041
7	3	4	0	0,08039	0,01095	0,04380
8	3	5	0	0,03483	0,00475	0,02375
9	3	6	0	0,01393	0,00190	0,01140
10	3	7	0	0,00510	0,00070	0,00490
11	3	8	0	0,00170	0,00023	0,00184
12	3	9	0	0,00051	0,00007	0,00063
—	—	—	ИТОГО	7,33925	—	0,33863

Сравним результаты, полученные в первом и во втором случае, которые представлены в табл. 4.4.

4.4. Сравнительные результаты исследования систем массового обслуживания

Показатели СМО	Вид СМО	
	одноканальная	многоканальная
Число станков на одного слесаря	6	6,67
Среднее число станков, ожидающих ремонта	0,33	0,34
Коэффициент простоя станка γ	$0,33/6 = 0,055$	$0,34/20 = 0,017$
Коэффициент простоя слесаря ρ	0,4845	0,4042

Во втором случае мы увеличили загрузку слесарей (6,67 станка против 6 станков на одного слесаря). Можно было бы ожидать, что очереди при этом возрастут, однако, этого не произошло. Мы получили более чем втрое низкий коэффициент простоя станка. Это объясняется тем, что мы объединили три системы массового обслуживания (по 6–7 станков и по одному слесарю), заставив обслуживать бригаду из трех рабочих все 20 станков сразу. В одной изолированной системе рабочий бы простаивал, теперь же он может при возникновении потребности обслуживать станок, ранее за ним не закрепленный.

Расчеты по определению оптимального числа каналов для источников на 300–400 требований громоздки и трудно поддаются ручному счету (определение величин $m!$ и $(m - n)!$ и др.). Кроме того, система на 400 требований может находиться в 401 состоянии, и если сложно определить вероятность одного состояния, то эта трудность усугубляется необходимостью подсчетов вероятности 401 состояния. Из этого положения может быть два выхода [3, 8]:

- решать задачу по формулам разомкнутых СМО, заранее допуская погрешность;
- расчет вести на ЭВМ, составив программу по полученным формулам для замкнутой СМО с несколькими обслуживающими устройствами.

4.5. Задание к лабораторной работе № 4

Задача № 1. Определить для разомкнутой многоканальной СМО оптимальное число каналов S , таких, чтобы суммарные издержки U от простоя каналов обслуживания и простоя заявок были минимальными. Рассчитать среднюю длину очереди заявок $\bar{\gamma}$ и среднее число простаивающих каналов $\bar{\rho}$. Исходные данные представлены в табл. 4.5.

Задача № 2. Бригада слесарей из S человек обслуживает m станков. Определить для замкнутой многоканальной СМО среднее

число станков, ожидающих ремонта \bar{y} , среднее число свободных рабочих \bar{p} , коэффициент простоя станка γ и коэффициент простоя слесаря ρ . Исходные данные представлены в табл. 4.6.

4.6. Содержание работы

В процессе выполнения лабораторной работы при решении задачи № 1 по данным табл. 4.5 определяют оптимальное число каналов для разомкнутой многоканальной СМО и допустимые среднюю длину очереди и среднее число простаивающих каналов с расчетом издержек от простаивающих каналов и поступающих требований.

4.5. Исходные данные к задаче № 1

№ варианта	Интенсивность поступления заявок λ	Интенсивность высвобождения каналов μ	Издержки от простоя заявок C_1 , руб.	Издержки от простоя каналов C_2 , руб.
1	2	3	4	5
1	5	2	250	450
2	5	2	250	500
3	5	2	250	550
4	5	2	300	450
5	5	2	300	500
6	5	2	300	550
7	7	2	250	450
8	7	2	250	500
9	7	2	250	550
10	7	2	300	450
11	7	2	300	500
12	7	2	300	550
13	7	3	250	450
14	7	3	250	500

1	2	3	4	5
15	7	3	250	550
16	7	3	300	450
17	7	3	300	500
18	7	3	300	550
19	9	4	250	450
20	9	4	250	500
21	9	4	250	550
22	9	4	300	450
23	9	4	300	500
24	9	4	300	550
33	11	4	250	550
34	11	4	300	450
35	11	4	300	500
36	11	4	300	550

После этого решают задачу № 2, в которой по данным табл. 4.6 определяют эффективность работы замкнутой многоканальной СМО по таким критериям, как среднее число станков, ожидающих ремонта \bar{y} , среднее число свободных рабочих \bar{p} , коэффициент простоя станка γ и коэффициент простоя слесаря ρ .

4.7. Средства технологического оснащения

- Персональный компьютер;
- микрокалькулятор.

4.8. Порядок выполнения работы

При решении задачи № 1:

- Определяют первоначальное число каналов, проверяя условие $\psi \leq 1$ по зависимости (4.4);

- рассчитывают вероятность того, что ни один канал не будет занят по зависимости (4.1);
- находят среднюю длину очереди по зависимости (4.3);
- находят среднее число каналов, не занятых обслуживанием по зависимости (4.2);
- определяют издержки, которые понесет СМО при первоначально принятом числе каналов (4.5);
- увеличивают на единицу число каналов и повторяют расчеты по зависимостям (4.1)–(4.3), (4.5);
- сравнивают величины издержек U_1 и U_2 ;
- увеличивают на единицу число каналов и повторяют расчеты по зависимостям (4.1)–(4.3), (4.5);
- сравнивают величины издержек U_2 и U_3 . Если $U_2 > U_3$, увеличивают на единицу число каналов и повторяют расчеты по зависимостям (4.1)–(4.3), (4.5). Если $U_2 < U_3$, расчеты прекращают;
- делают выводы об оптимальном числе каналов.

При решении задачи № 2:

- Находят коэффициент использования системы ψ по зависимости (4.8), используя данные табл. 4.6;
- определяют вероятность нахождения системы в состояниях $0 \leq n \leq S$ по зависимости (4.6);
- определяют вероятность нахождения системы в состояниях $S < n \leq m$ по зависимости (4.7);
- результаты расчетов для всех состояний заносят в таблицу по форме табл. 4.3 и заполняют остальные графы таблицы по методике, представленной в примерах 2 и 3;
- рассчитывают среднее число станков (требований), ожидающих ремонта по зависимости (4.9);
- рассчитывают среднее число свободных рабочих (каналов) по зависимости (4.11);

- определяют коэффициент простоя требования по зависимости (4.10) и коэффициент простоя рабочего по зависимости (4.12);
- делают вывод об эффективности работы СМО;
- оформляют отчет по лабораторной работе согласно п. 4.9 настоящего учебного пособия.

4.6. Исходные данные к задаче № 2

№ варианта	Число каналов S	Число заявок m	Интенсивность появления заявки в единицу времени λ'	Число обслуживаний заявок одним каналом в единицу времени μ'
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>
1	3	20	1	5
2	3	21	1	5
3	3	22	1	5
4	4	20	1	5
5	4	21	1	5
6	4	22	1	5
7	5	20	1	5
8	5	21	1	5
9	5	22	1	5
10	3	23	1	10
11	3	24	1	10
12	3	25	1	10
13	4	23	1	10
14	4	24	1	10
15	4	25	1	10
16	5	23	1	10
17	5	24	1	10
18	5	25	1	10
19	3	26	2	5
20	3	27	2	5
21	3	28	2	5
22	4	26	2	5

Окончание табл. 4.6

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>
23	4	27	2	5
24	4	28	2	5
25	5	26	2	5
26	5	27	2	5
27	5	28	2	5
28	3	29	2	10
29	3	30	2	10
30	3	31	2	10
31	4	29	2	10
32	4	30	2	10
33	4	31	2	10
34	5	29	2	10
35	5	30	2	10
36	5	31	2	10

4.9. Содержание отчета по лабораторной работе № 4

Задача № 1

Исходные данные.

1. Интенсивность поступления заявок – λ .
2. Интенсивность выполнения заявок одним каналом – μ .
3. Издержки от простоя заявок – C_1 .
4. Издержки от простоя каналов – C_2 .

Первоначальное значение числа каналов S_1

Вероятность того, что ни один канал не будет занят при числе
каналов S_1

Средняя длина очереди заявок при числе каналов S_1

Среднее число свободных каналов при числе каналов S_1

Суммарные издержки при числе каналов S_1

Число каналов, увеличенное на единицу S_2

Вероятность того, что ни один канал не будет занят при числе
каналов S_2

Средняя длина очереди заявок при числе каналов S_2

Среднее число свободных каналов при числе каналов S_2

Суммарные издержки при числе каналов S_2

Вывод об оптимальности числа каналов и о продолжении или
прекращении расчетов

Задача № 2

Исходные данные.

1. Число каналов – S .
2. Число заявок – m .
3. Интенсивность появления заявки в единицу времени – λ' .

4. Число обслуживаний поступивших заявок одним каналом в единицу времени – μ' .

Коэффициент использования системы ψ

Вероятность нахождения системы в состояниях $0 \leq n \leq S$

Вероятность нахождения системы в состояниях $S < n \leq m$

Результаты расчетов по форме табл. 4.3

Среднее число станков (требований), ожидающих ремонта

Среднее число свободных рабочих (каналов)

Коэффициент простоя требования

Коэффициент простоя рабочего

Вывод об эффективности работы СМО

4.10. Контрольные вопросы

1. Какой поток событий называется стационарным?
2. Какой поток событий называется однородным?
3. Какой поток событий называется ординарным?
4. Какой поток событий называется простейшим?
5. Дайте определение понятия «система массового обслуживания».

6. Опишите основные признаки одноканальной и многоканальной, разомкнутой и замкнутой СМО.

7. Что такое коэффициент использования СМО?

8. В чем причина возникновения очередей требований?

9. Назовите пути упрощения расчета замкнутых СМО с большим числом требований.

10. Перечислите основные параметры, характеризующие замкнутую и разомкнутую СМО.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5.

ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ НА ПРИМЕРЕ РАБОТЫ РОБОТОТЕХНИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА

Цель работы: получение навыков анализа эффективности технологических процессов в условиях ГПС.

5.1. Общие положения

Робототехнические комплексы (РТК) широко используются в машиностроении. Однако их автономное применение не дает требуемого экономического эффекта, который может быть получен объединением в участок (линию) нескольких РТК, связанных транспортной системой (ТС). ТС обеспечивает перемещение заготовок со склада к РТК и межоперационное перемещение заготовок. Такой производственный участок уже представляет сложную технологическую систему. Учитывая высокую эффективность использования этих участков в мелкосерийном и серийном производствах, отличающихся многономенклатурностью и частой сменой объектов производства, основными требованиями к такой технологической системе является ее гибкость, т. е. возможность быстрой переналадки на изготовление нового объекта, большой диапазон номенклатуры изготавливаемых объектов и, что особенно важно, высокий уровень загрузки оборудования.

Сложность решаемых задач при технологическом проектировании гибких производственных систем (ГПС), противоречивость требований, необходимость анализа альтернативных ситуаций требуют применения специальных математических методов.

Одним из методов, пригодных для анализа элементов ГПС, является аппарат теории исследования операций, а РТК может быть представлен как элемент системы массового обслуживания [3]. Этой последней называют совокупность пунктов, в которые поступают через некоторые промежутки времени объекты (входящий поток), которые подвергаются там соответствующим операциям (обслуживанию) и затем покидают систему (выходящий поток).

Промежутки времени, через которые поступают объекты, и время обслуживания носят обычно случайный характер. При массовом поступлении объектов в систему обслуживания могут возникнуть очереди. Независимо от конкретной природы и характера объектов, поступивших в систему обслуживания, их называют *требованиями (заявками)*.

Входящий поток требований рассматривается как последовательность событий, следующих через какие-либо моменты времени. *Очередью* называют совокупность требований, ожидающих обслуживания в момент, когда пункты обслуживания заняты обслуживанием других требований.

Структура очередей и поступления на них требований на обслуживание определяется как свойствами и возможностями, так и установленными правилами прохождения требований через эти системы. Требования могут выполняться в порядке поступления (операции на конвейере), с приоритетом (внеочередное право на обслуживание, например, в связи со срочностью заказа), в порядке первого очередного поступления при освободившемся канале обслуживания («первым пришел – первым обслужен»). Основной характеристикой очереди является время ожидания.

Система пунктов обслуживания может иметь различную организацию [3, 8]: с последовательными, параллельными и комбинированными каналами. Система массового обслуживания, имеющая

один пункт обслуживания, называется *одноканальной*, а состоящая из N пунктов, работающих параллельно, – *многоканальной*.

РТК на базе промышленного робота ПР5, структура которого представлена на рис. 5.1, можно представить как элемент системы массового обслуживания одноканального типа, имитирующий работу РТК. Работа РТК состоит из следующих операций: прием роботом заготовок, поступающих по конвейеру (из бункера); установка заготовки на технологическое оборудование (позицию сборки); обработка заготовки (сборка изделия); съём готовой детали со станка (съём изделия с позиции сборки); укладка детали (изделия) на позицию накопления деталей (изделий) [9].

Управление промышленным роботом (ПР) осуществляется программируемым микроконтроллером (в данной работе – микроконтроллером МКП-1), представляющим собой микропроцессорное устройство, предназначенное для циклового и программно-логического управления работой технологического оборудования, в том числе ПР. Алгоритм работы микроконтроллера определяется программой, вводимой в его память.

5.2. Устройство микроконтроллера МКП-1

Микроконтроллер построен по модульному принципу, т. е. все его функциональные блоки выполнены в виде конструктивно законченных устройств (модулей) (рис. 5.2).

Основными конструктивными узлами микроконтроллера являются: корпус, пульт управления; функциональные модули, модули источника питания; сетевой фильтр. Все необходимые органы управления и индикации режимов работы микроконтроллера расположены на лицевой панели (рис. 5.3).

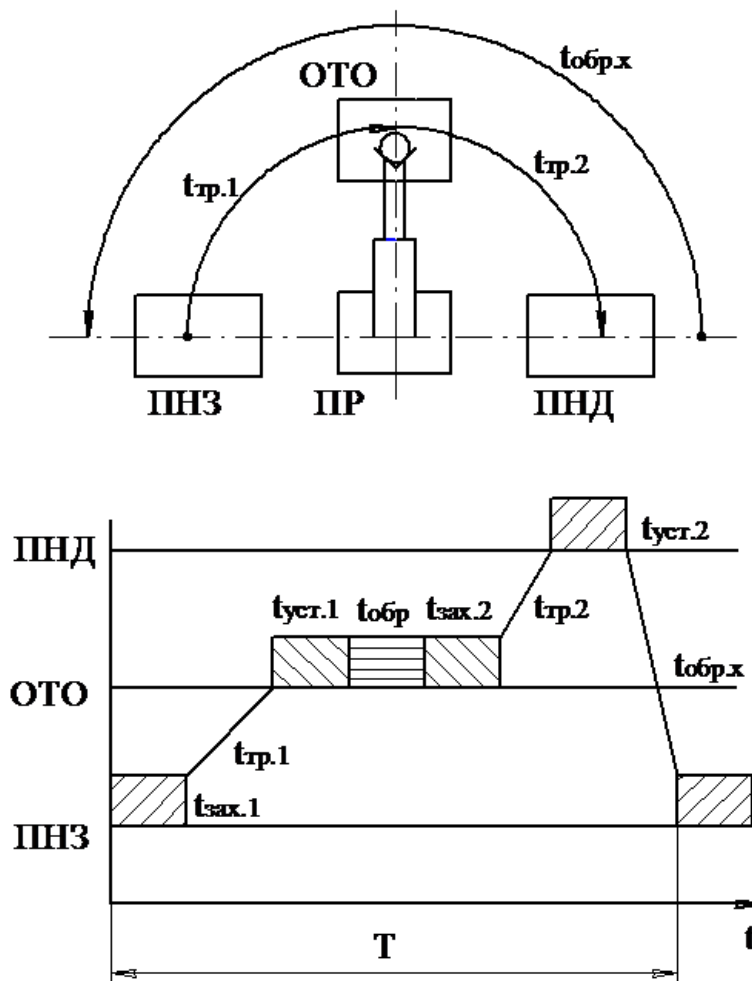


Рис. 5.1. Структурная схема и циклограмма работы РТК:

ОТО – основное технологическое оборудование (станок); ПНЗ – позиция накопления заготовок; ПНД – позиция накопления деталей;

ПР – промышленный робот; $t_{зах}$ – время захвата объекта захватывающим устройством ПР; $t_{тр}$ – время транспортирования (переноса) объекта соответственно к станку и от него; $t_{уст}$ – время установки заготовок на станок или детали (изделия) в тару; $T_{зах}$ – время обработки на станке; $t_{обр.х}$ – время обратного хода робота; $T_{ц}$ – длительность цикла обслуживания в РТК одной заготовки (детали)

Пульт управления совместно с модулем управления составляет техническое средство общения оператора с микроконтроллером и включает в себя 8-разрядный однострочный дисплей, индикаторы режимов работы и клавиатуру для ввода команд и управления

режимом работы микроконтроллера. Однострочный дисплей предназначен для отображения контролируемой оператором информации.

Модуль процессора (МПП) (см. рис. 5.2) осуществляет сбор, цифровую обработку и вывод информации в соответствии с исполнительной программой, записанной в программируемое постоянное запоминающее устройство (ПЗУ) модуля памяти.

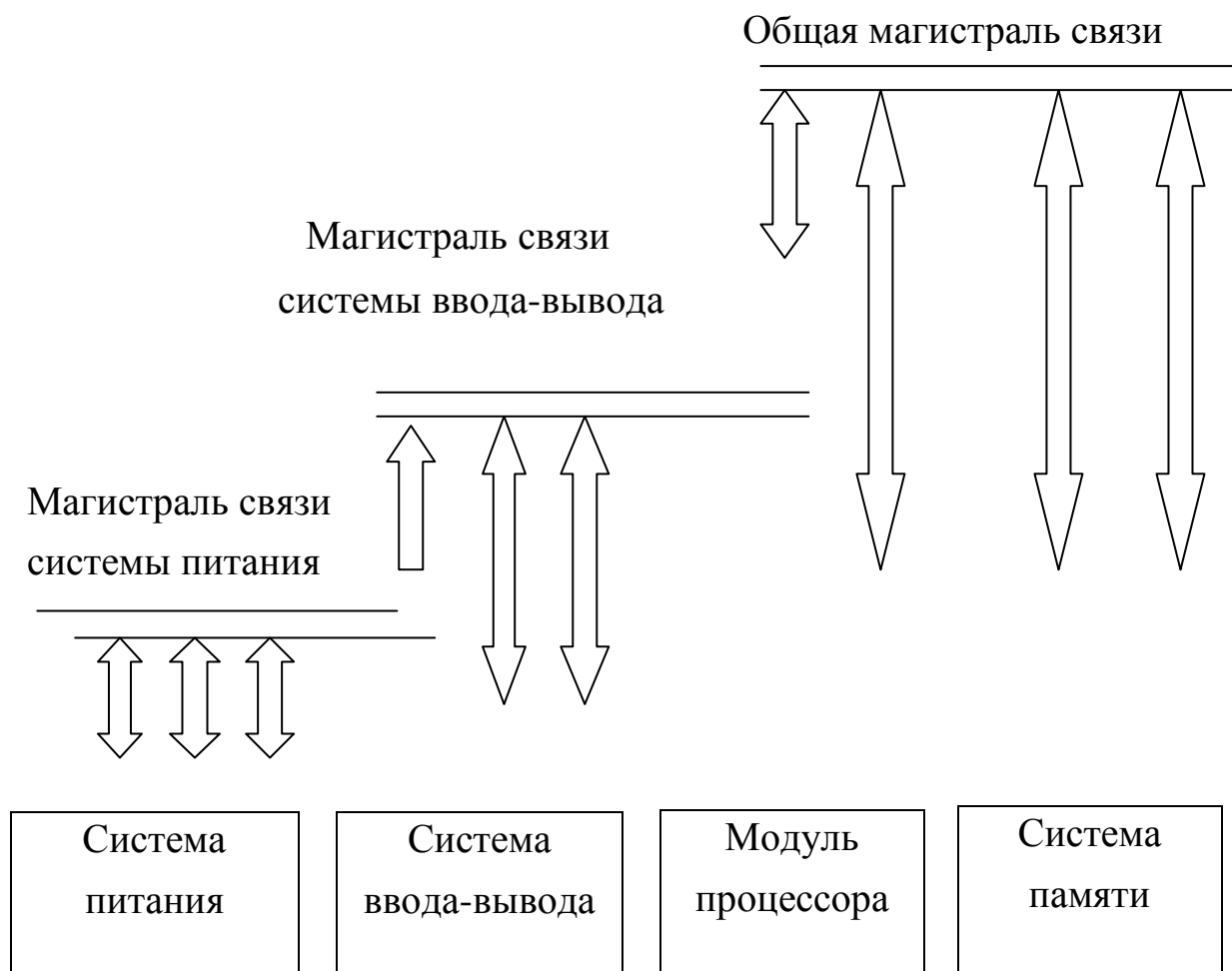


Рис. 5.2. Структурная схема микроконтроллера

Система памяти включает в себя модуль памяти и модули энерго-независимого запоминающего устройства.

Система ввода-вывода обеспечивает с помощью соответствующих модулей связь модуля процессора с пультом управления, управляющей ЭВМ высшего ранга и внешним

технологическим оборудованием: электро-пневмопреобразователями, реле, элементами сигнализации, датчиками состояния оборудования (контактными, бесконтактными), исполнительными устройствами и др. Она обеспечивает преобразование уровней и гальваническую развязку сигналов, а также индикацию состояния каждого входа и выхода микроконтроллера.

Система электропитания микроконтроллера преобразует первичное напряжение питающей сети во вторичное стабилизированное напряжение величиной 5 и 12 вольт, необходимое для питания его модулей. Следует обратить внимание на то, что микроконтроллер не содержит источников питания исполнительных устройств и датчиков состояния внешнего технологического оборудования.

5.3. Принцип работы микроконтроллера МКП-1

В каждый момент времени микроконтроллер может находиться в одном из пяти режимов работы – ручном, автоматическом, шаговом, ввода программ и просмотра программ, отображаемых соответствующими светодиодными индикаторами Р, А, Ш, ВП, ПП пульта управления (см. рис. 5.3).

Режим работы «Ручной» обеспечивает возможность выполнения команды сразу после ее ввода с клавиатуры управления без запоминания кода операции, что позволяет реализовать оперативную отладку и настройку управляемого оборудования.

Для включения режима «Ручной» необходимо нажать клавишу режима «Р» (см. рис. 5.3) и, не отпуская ее, клавишу «1». При этом должен загореться индикатор режима работы «Р». Дисплей при этом погашен. При включении питания и после нажатия кнопки «СБР» микроконтроллер переходит в режим «Ручной».

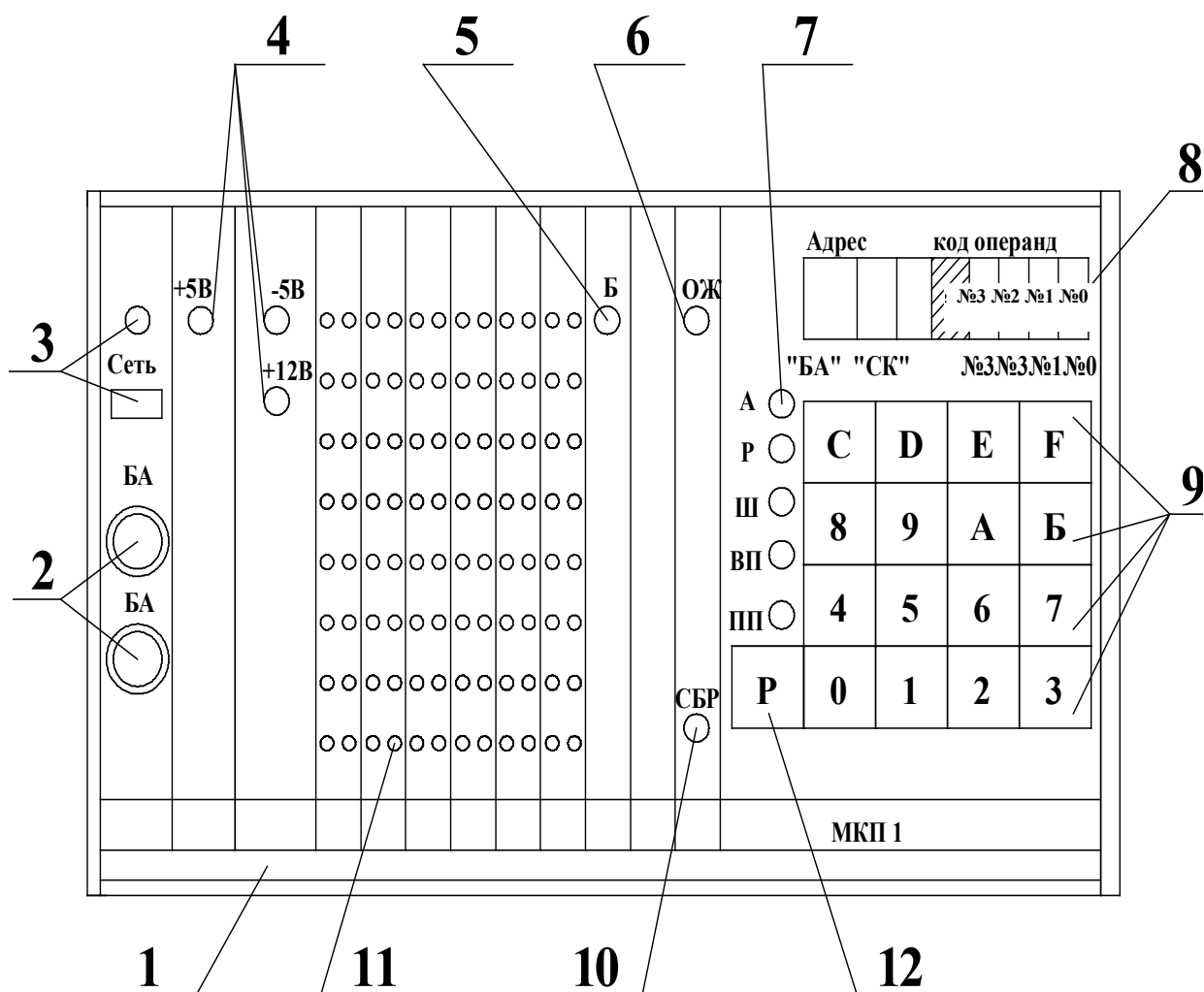


Рис. 5.3. Лицевая панель микроконтроллера МКП-1-48-2:

- 1 – корпус; 2 – предохранители, включенные в цепь первичного направления;
 3 – выключатель «Сеть» и индикатор напряжения питающей сети;
 4 – индикаторы наличия направлений вторичных стабилизированных источников питания $\pm 5V$, $+12V$; 5 – индикатор энергонезависимого напряжения Б для модуля энергонезависимого запоминающего устройства; 6 – индикатор ожидания ОЖ; 7 – индикаторы (А, Р, Ш, ВП, ПП) режимов работы микроконтроллера; 8 – однострочный дисплей; 9 – информационные клавиши;
 10 – кнопка «СБР» переключения микроконтроллера на ручной режим работы;
 11 – индикаторы состояния входов и выходов микроконтроллера;
 12 – переключатель режима работы микроконтроллера; БА – служебный регистр; СК – счетчик команд микроконтроллера; № 3, № 2 – числовые значения разрядов кода операции; № 1, № 0 – числовые значения разрядов кода операнда.

Для ввода команды в этом режиме необходимо последовательно четыре раза нажать на функциональные клавиши пульта управления, соответствующие значениям «№ 3», «№ 2», «№ 1», «№ 0» (см. рис. 5.3), проверяя перед каждым нажатием готовность микроконтроллера к приему информации с клавиатуры по состоянию индикатора «ОЖ». Правильность ввода с клавиатуры контролируют по последовательному выводу значений «№ 3», «№ 2», «№ 1», «№ 0» в соответствующий разряд кода операции или операнда. В случае ошибки при вводе любого из перечисленных значений еще раз включают режим «Ручной» и повторяют ввод команды.

Убедившись в правильности ввода кода команды, нажимают на любую информационную клавишу пульта управления. При этом микроконтроллер осуществит выполнение введенной команды. Введенный код индицируется на дисплее в течение всего времени выполнения команды, если изменение индикации не предусмотрено самой командой. После окончания выполнения команды дисплей гаснет.

Режим работы «Автоматический» является основным режимом, предназначенным для управления технологическим оборудованием в соответствии с алгоритмом, реализованным в виде управляющих программ. Для включения режима «Автоматический» нажимают клавишу режима «Р» и, не отпуская ее, информационную клавишу «0». При этом должен загореться индикатор режима «А». Дисплей при этом погашен. Выполнение управляющей команды начнется с адреса, равного содержимому «БА» и «СК» в момент включения режима «Автоматический». Чтобы остановить выполнение управляющей программы в этом режиме, переключают микроконтроллер на любой другой режим работы. Микроконтроллер при этом выполнит очередную команду управляющей программы, увеличит значение «СК» на единицу и перейдет в нужный режим. При включении режимов «Просмотр программы» или «Пошаговый» на дисплее отобразится адрес и код следующей команды. Используя

эту информацию, оператор может определить, в каком месте управляющей программы произошел останов микроконтроллера.

При последующем включении режима «Автоматический» выполнение управляющей программы будет продолжено с команды, на которой произошел останов.

Остановить выполнение управляющей программы можно также командой «СТОП» (код команды – 0800), введенной в требуемое место управляющей программой. В этом случае для дальнейшего запуска управляющей программы нажимают любую информационную клавишу.

При работе микроконтроллера в режиме «Автоматический» информационная клавиатура заблокирована, микроконтроллер реагирует только на изменение режима. Нажатие на информационные клавиши 6...F при нажатой клавише режима «Р» приводит к переключению микроконтроллера в режим «Просмотр команды» (с изменением «СК» в сторону увеличения значения адреса).

В режиме работы «Пошаговый» каждое нажатие информационной клавиши инициирует выполнение одной команды управляющей программы, записанной в запоминающее устройство, что позволяет оператору выполнять управляющую команду в необходимом ему темпе и использовать этот режим как отладочный. Для выполнения режима «Пошаговый» необходимо нажать клавишу режима «Р» и, не отпуская ее, клавишу «2». При этом должен загореться индикатор режима «Ш». На дисплее отображаются значения «БА» и «СК» вместе с кодом команды, записанные в запоминающем устройстве по адресу, определяемому их значением. Нажатие любой информационной клавиши приводит к выполнению записанной команды и, по окончании выполнения, выводу на дисплей адреса и кода следующей команды управляющей программы.

В режиме работы «Ввод программы» происходит запись кодов команд управляющей программы, вводимых с клавиатуры пульта управления в запоминающее устройство. Для включения режима

нажимают клавишу режима «Р» и, не отпуская ее, клавишу «3». При этом должен загореться индикатор режима работы «ВП», а на дисплее в зоне адреса индицируются значения «БА» и «СК». Остальные зоны дисплея погашены.

Ввод кода в этом режиме выполняют аналогично вводу кодов команд в режиме «Ручной». В случае ошибки при вводе еще раз включают режим «Ввод программы» (значение «БА» и «СК» в зоне адреса не меняется) и повторяют ввод кода команды. Убедившись в правильности ввода, нажимают любую информационную клавишу. При этом сформированный код записывается в запоминающее устройство по адресу, определяемому значениями «БА» и «СК». По окончании записи кода команды в запоминающее устройство значение «СК» увеличивается на единицу и выводится на дисплей в зоне адреса. Остальные зоны дисплея при этом погашены. Микроконтроллер готов к приему и записи очередного кода команды управляющей программы. После записи всей управляющей программы нажимают клавишу «СБР». Микроконтроллер переходит в режим «Ручной».

Режим работы «Просмотр программ» позволяет контролировать управляющую программу, записанную в запоминающее устройство, путем последовательного просмотра кодов. Для включения режима «Просмотр программы» необходимо нажать клавишу режима «Р» и, не отпуская ее, клавишу «4», если просмотр идет в направлении увеличения, и клавишу «5», если просмотр идет в направлении уменьшения адресов управляющей программы. При этом должен включиться индикатор режима работы. На дисплее в зоне адреса будут отображаться значения «БА» и «СК», в зоне кода операции и операнда – код команды, записанной в запоминающее устройство по этому адресу. Нажатием на любую информационную клавишу значение «СК» увеличивается (уменьшается) на единицу, и на дисплее выводятся адрес и код следующей команды.

5.4. Программирование работы микроконтроллера МКП-1

Микроконтроллер оснащен системой команд, предназначенной для решения задач циклового и программно-логического управления дискретными производственными процессами, и обеспечивает высокую производительность программирования.

Исходная информация для составления программ может быть представлена циклограммой работы оборудования, блок-схемой алгоритма управления или булевыми функциями.

Система команд микроконтроллера реализована исполнительной программой, хранящейся в запоминающем устройстве модуля памяти. Исполнительная программа является неотъемлемой частью микроконтроллера, невидимой и недоступной для пользователя. Ее назначение – преобразование инструкций, введенных оператором с помощью пульта управления или поступающих от управляющей программы, в последовательности кодов машинного языка микропроцессора.

Управляющая программа – программа, написанная пользователем в кодах команд входного языка микроконтроллера и обеспечивающая выполнение заданного алгоритма управления технологическим оборудованием. Она размещается в модулях энергонезависимого запоминающего устройства и сохраняется при отключении первичного питания микроконтроллера благодаря использованию батареи элементов.

Команды микроконтроллера по функциональному назначению можно разделить на следующие группы:

- 1) команды ввода-вывода;
- 2) команды управления программой;
- 3) команды управления счетчиками;
- 4) команды контроля и редактирования программ;
- 5) команды текстового контроля функциональных блоков.

Слово команды микроконтроллера делится на два поля по восемь разрядов – поле кода операции и поле операнда (см. рис. 5.3). Числовое значение каждого разряда кода операции или операнда № 1, № 2, № 3, № 0 кодируется символами шестнадцатеричной системы исчисления 0, ..., 9, А, В, С, D, Е, F.

Совокупность команд микроконтроллера, образующая управляющую программу, записывается и хранится в модуле (модулях) запоминающего устройства. Объем модуля запоминающего устройства позволяет записать 256 команд управляющей программы (512 байт) и составляет одну зону памяти. Каждая зона памяти в свою очередь делится на две страницы, объемом по 128 команд (256 байт).

Номер зоны является базовым адресом для отсчета команд управляющей программы, записанной в этой зоне, и хранится в служебном регистре «БА», организованном исполнительной программой в запоминающем устройстве микроконтроллера.

Помимо «БА» в запоминающем устройстве организован регистр «СК» – счетчик команд микроконтроллера, содержимое которого определяет адрес команды в пределах зоны памяти.

Система команд микроконтроллера при использовании его в качестве устройства, управляющего работой промышленных роботов ПР5-2Э, приведена в приложении Ж.

Формирование управляющей программы осуществляют после построения циклограммы работы промышленного робота, используя приведенную выше систему команд.

При реализации алгоритмов задач циклового управления, построенных по временному принципу, в управляющей программе после каждой команды необходимо предусмотреть команду «Выдержка времени». Выдержка времени, кратная 0,1 с, задается в поле операнда. Например, минимальная выдержка, равная 0,1 с, задается командой 0701; выдержка, равная 1 с, задается командой 070А, а максимальное значение выдержки, равное 25,5 с, – командой

07FF. Если необходимо получить выдержку, большую чем 25,5 с, в управляющую программу необходимо последовательно включить две или несколько команд выдержки времени, обеспечивающих суммарную выдержку, равную требуемой.

В конце управляющей программы предусматривают команду «Возврат к исходному положению» (код – 0602) и команду «Возвращение к началу программы» (код – 0900).

Запись кодов команд управляющей программы в запоминающее устройство производят с клавиатуры пульта управления в режиме работы «Ввод программы». После записи всей управляющей программы нажимают клавишу «СБР».

5.5. Формирование исходных данных и описание модели

Промежуток времени между поступлениями двух последовательно подаваемых в РТК заготовок (деталей) – величина случайная с заданной функцией распределения.

Моделирующий алгоритм имитирует протекание во времени всех процессов исследуемой одноканальной системы массового обслуживания с очередью, часть которых является случайными и реализуется с помощью генератора случайных чисел.

В качестве исходных данных задают пять параметров. Все параметры временные. Они формируются и вводятся в такой последовательности.

1. Периодичность поступления заготовок (деталей) из бункера (с конвейера) T_d .
2. Время обработки заготовки (сборки изделия) на основном технологическом оборудовании $T_{обр}$.
3. Время загрузки оборудования t_3 .
4. Время разгрузки оборудования t_p .

5. Время обратного хода ПР $t_{обр.х.}$

В приложении И представлена блок-схема расчетов по рассматриваемой одноканальной модели.

В блоке 1 обнуляется время появления первой заготовки (детали), ее время пролеживания, время простоя системы в ожидании ее прихода, а также полные времена пролеживания и простоя. Этим устанавливается начальное состояние системы и фиксируется факт появления новой (второй) заготовки (детали). Здесь же производится ввод исходных данных: $t_3, t_p, t_{обр.х.}$

Блок 2 генерирует относительное время появления новой (второй) заготовки $T_{дi}$; оно отсчитывается от момента прихода предыдущей заготовки. Блок 3 генерирует относительное время обработки i -й заготовки на станке (время сборки i -го изделия) $T_{обрi}$.

Блок 4 осуществляет расчет времени обслуживания i -й заготовки (детали), а блок 5 суммирует время обслуживания в течение рабочей смены. В блоке 6 осуществляется сравнение относительного времени появления новой заготовки (детали) $T_{дi}$ и время обслуживания предыдущей $T_{обрi-1}$. В зависимости от соотношения $T_{обрi-1}$ и $T_{дi}$ будет простаивать робот или пролеживать заготовка. Причем отсчет времени прибытия новой заготовки должен проводиться от момента начала обслуживания РТК (ПР) предыдущей заготовки и вычисляется как разность между относительным временем появления новой заготовки и временем пролеживания предыдущей.

В блок 7 последовательно заносятся текущие значения реального времени пролеживания i -й заготовки $T_{пролi}$ и там же осуществляется их суммирование. Если время обслуживания $T_{обрi-1}$ окажется меньше относительного времени прихода i -й заготовки, то возникает простой робота, величина которого вычисляется в блоке 8, где и осуществляется его суммирование.

В блоке 9 происходит сравнение суммарных времени простоя ПР и времени обслуживания с общим временем рабочей смены (480 мин). Если $\sum T_{\text{обсл}_i} + \sum T_{\text{пр}_i} < 480$ мин, то продолжается генерирование времени подачи и обслуживания следующей заготовки (подачи детали и сборки изделия). Если это условие не выполняется, то в блоке 10 вычисляется среднее время обслуживания одной заготовки (среднее время сборки одного изделия) $T_{\text{обсл.ср}}$ и в блоке 11 выводятся на печать $\sum T_{\text{обсл}_i}$, $\sum T_{\text{прол}_i}$, $\sum T_{\text{пр}_i}$, и $T_{\text{обсл.ср}}$.

5.6. Задание к лабораторной работе № 5

На основании исходных данных табл. 5.1: рассчитать суммарное время пролеживания заготовок; суммарное время обслуживания заготовок в течение рабочей смены; суммарное время простаивания ПР; коэффициент загрузки ПР; определить максимальное количество заготовок, которое можно обработать в течение смены; построить циклограмму работы ПР;

5.1. Исходные данные к лабораторной работе № 5

№ варианта	$t_{\text{зах}_1}$	$t_{\text{тр}_1}$	$t_{\text{уст}_1}$	$t_{\text{зах}_2}$	$t_{\text{тр}_2}$	$t_{\text{уст}_2}$	$T_{\text{обр.х}}$
1	2	3	4	5	6	7	8
1	0,2	0,1	0,3	0,1	0,1	0,2	0,2
2	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1	0,2	0,2
3	0,2	0,1	0,2	0,2	0,2	0,3	0,2
4	0,2	0,2	0,3	0,2	0,2	0,3	0,2
5	0,3	0,1	0,3	0,1	0,1	0,3	0,2
6	0,3	0,2	0,2	0,1	0,1	0,3	0,2
7	0,3	0,1	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
8	0,3	0,2	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>
9	0,4	0,1	0,3	0,1	0,1	0,2	0,4
10	0,4	0,2	0,2	0,1	0,1	0,2	0,4
11	0,4	0,1	0,2	0,2	0,2	0,3	0,4
12	0,4	0,2	0,3	0,2	0,2	0,3	0,4
13	0,4	0,1	0,3	0,1	0,1	0,3	0,4
14	0,4	0,2	0,2	0,1	0,1	0,3	0,4
15	0,4	0,1	0,2	0,2	0,2	0,2	0,4
16	0,4	0,2	0,3	0,2	0,2	0,2	0,4
17	0,5	0,1	0,3	0,1	0,1	0,2	0,2
18	0,5	0,2	0,2	0,1	0,1	0,2	0,2
19	0,5	0,1	0,2	0,2	0,2	0,3	0,2
20	0,5	0,2	0,3	0,2	0,2	0,3	0,2
21	0,5	0,1	0,3	0,1	0,1	0,3	0,2
22	0,5	0,2	0,2	0,1	0,1	0,3	0,2
23	0,5	0,1	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
24	0,5	0,2	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2
25	0,2	0,2	0,3	0,1	0,1	0,2	0,4
26	0,2	0,1	0,2	0,1	0,1	0,2	0,4

5.7. Содержание работы

В процессе выполнения работы рассчитывают время загрузки и разгрузки оборудования. Вводят исходные данные в компьютер и выводят на печать среднее и суммарное время обслуживания заготовок и общее время пролеживания заготовок. Составляют и вводят в микроконтроллер программу работы РТК и

экспериментально определяют число циклов ПР в течение рабочей смены. Составляют циклограмму работы ПР.

Сравнивают экспериментальные данные с расчетом на компьютере с использованием программы «ROBOT» и оформляют отчет по лабораторной работе с приложением к нему распечатки результатов расчета по этой программе.

5.8. Средства технологического оснащения

- Персональный компьютер.
- Микрокалькулятор.
- Промышленный робот.
- Секундомер.

5.9. Порядок выполнения работы

Строят циклограмму работы ПР.

По исходным данным табл. 5.1 определяют и вводят в компьютер следующие параметры.

1. Время загрузки оборудования

$$t_3 = t_{\text{зах}_1} + t_{\text{тр}_1} + t_{\text{уст}_1},$$

где $t_{\text{зах}_1}$ – время захвата заготовки (детали), с; $t_{\text{тр}_1}$ – время перемещения захвата ПР от позиции накопления заготовок к станку (деталей к сборочному стенду), с; $t_{\text{уст}_1}$ – время установки заготовки на станке (детали на сборочном стенде), с.

2. Время разгрузки оборудования

$$t_p = t_{\text{зах}_2} + t_{\text{тр}_2} + t_{\text{уст}_2},$$

где $t_{\text{зах}_2}$ – время захвата детали (изделия), с; $t_{\text{тр}_2}$ – время перемещения захвата ПР от станка (стенда) к пункту накопления

деталей (изделий), с; $t_{уст_2}$ – время укладки готовой детали в накопитель (изделия в тару), с.

3. Время обратного хода ПР $t_{обр.х.}$

Рассчитывают среднее значение времени обслуживания одной заготовки; суммарное время пролеживания заготовок; суммарное время обслуживания заготовок в течение рабочей смены; суммарное время простоя промышленного робота.

Составляют и вводят в микроконтроллер программу работы РТК. Вычисляют максимальное количество заготовок, которое можно обработать в течение смены, для чего определяют число циклов промышленного робота на лабораторной установке, построенной на базе робота ПР5-2Э-5.4 или ПР5-2Э-13, в течение 10 минут.

Рассчитывают коэффициент загрузки ПР, сравнивают результаты расчета с расчетом на компьютере с использованием программы «ROBOT». Делают вывод о реальной загрузке ТО и ПР.

5.10. Содержание отчета по лабораторной работе № 5

Программа работы РТК.

Циклограмма работы РТК.

Среднее значение времени обслуживания одной заготовки; суммарное время пролеживания заготовок; суммарное время обслуживания заготовок в течение рабочей смены; суммарное время простоя промышленного робота.

Коэффициент загрузки ПР, рассчитанный по результатам, полученным с использованием программы «ROBOT».

Коэффициент загрузки ПР, рассчитанный
по экспериментальным данным.

Количество обработанных за смену заготовок,
рассчитанное с использованием программы «ROBOT».

Количество обработанных за смену заготовок,
рассчитанное по экспериментальным данным.

Вывод о реальной нагрузке оборудования (ТО и ПР).

5.11. Контрольные вопросы

1. Перечислите основные правила прохождения требований через системы массового обслуживания.
2. Что является основной характеристикой очереди?
3. Какова организация системы пунктов обслуживания СМО?
4. Перечислите конструктивные узлы микроконтроллера.
5. Каковы функции модуля процессора микроконтроллера?
6. Какие модули включает в себя система памяти?
7. Перечислите функции, выполняемые системой ввода-вывода в работе микроконтроллера.
8. Из каких основных операций состоит работа РТК?
9. Назовите основные функции системы электропитания микроконтроллера.
10. Перечислите режимы работы микроконтроллера.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Математическое моделирование – это мощное средство познания природы и общества при организации производственно-хозяйственной деятельности человека. В любом производстве заложена идеальная экономико-математическая модель, с которой проводится постоянное сравнение реального положения вещей.

Используя методы теории графов, можно эффективно разрабатывать технологические процессы (особенно групповые), не прибегая каждый раз к чтению чертежей и написанию новых технологий. Разработанные и представленные в данном разделе пособия программы позволяют исключить громоздкие и трудоемкие вычисления при определении припусков на механическую обработку и операционных размеров.

Одна из областей математического моделирования – линейное программирование – позволяет оптимизировать технологические процессы при организации нового и модернизации действующего производства, определять рациональное номенклатурное распределение выпускаемой продукции.

Современные условия требуют от производителя быстрого перехода на выпуск новой продукции, так как развитие техники и появление новых технологий способствуют ее скорому моральному старению. Такой подход возможен лишь в условиях гибких производственных систем, использующих роботы, манипуляторы и другие средства автоматизации. Организация такого производства невозможна без тщательного анализа деятельности предприятия как системы массового обслуживания.

Таким образом, представленное пособие окажет помощь студентам при изучении специальных дисциплин и в дальнейшей производственной деятельности выпускников.

ОСНОВНЫЕ ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ПОНЯТИЯ

Базис – любой набор переменных, таких, что определитель, составленный из коэффициентов при этих переменных, не равен нулю.

Базисное решение – решение системы уравнений, в которой число переменных больше числа уравнений.

Время обслуживания – затраты времени одним обслуживающим устройством на обслуживание одной заявки.

Гибкая производственная система (ГПС) – управляемая средствами вычислительной техники совокупность технологического оборудования, обладающая свойством автоматизированной переналадки при изменении программы производства изделий.

Граф – множество точек плоскости, называемых вершинами, и множество дуг (направленных отрезков), соединяющих эти вершины, или ребер (отрезков), соединяющий две вершины графа.

Дерево – конечный связный неориентированный граф, не имеющий циклов.

Дуга – направленный отрезок в ориентированном графе, соединяющий вершины графа.

Замкнутая система массового обслуживания – система, в которой обслуженные требования не покидают систему, а возвращаются в источник требований.

Интенсивность обслуживания – среднее число обслуживаний в единицу времени.

Исходное дерево – дерево с конструкторскими размерами (связями) и с размерами припусков на обработку.

Каналы обслуживания – некоторое количество параллельно действующих технических устройств (иногда людей – исполнителей) системы массового обслуживания.

Контур в ориентированном графе – конечный путь, у которого начальная вершина совпадает с конечной.

Линейное программирование – область математического программирования, посвященная теории и методам решения экстремальных задач, характеризующихся линейной зависимостью между переменными.

Микроконтроллер программируемый – микропроцессорное устройство, предназначенное для циклового и программно-логического управления работой технологического оборудования.

Многоканальная система массового обслуживания – система, в которой узел обслуживания содержит более одного обслуживающего устройства (исполнителя).

Одноканальная система массового обслуживания – система, в которой узел обслуживания состоит всего из одного обслуживающего устройства (исполнителя).

Однородный поток требований – поток, при котором события (заявки, требования), о которых идет речь, являются однородными с точки зрения их сущности и формы проявления.

Ординарный поток требований – поток, в котором вероятность появления двух и более заявок в один и тот же момент времени настолько мала, что практически можно считать невозможным совмещение двух или более событий в один и тот же момент времени.

Ориентированный граф – граф, дуги которого имеют направление.

Неориентированный граф – граф, ребра которого не имеют направления.

Поперечная шероховатость – микропрофиль поверхности, образованной в направлении подачи или в направлении, перпендикулярном к направлению главного движения.

Продольная шероховатость – микропрофиль поверхности, образованной в направлении главного движения.

Производное дерево – дерево с технологическими размерами и размерами заготовки.

Простейший поток требований – поток, который одновременно ординарный, стационарный и без последствия.

Пуассоновский поток требований – поток, в котором интервалы между последовательно возникающими требованиями распределяются по экспоненциальному (показательному) закону распределения.

Путь в ориентированном графе – последовательность дуг, в которой конец каждой предыдущей дуги совпадает с началом следующей.

Размерная цепь – путь в производном дереве, заданный ребром исходного дерева.

Разомкнутая система массового обслуживания – система, в которой обслуженные требования сразу же покидают систему.

Ребро в неориентированном графе – отрезок, соединяющий две вершины.

Система массового обслуживания (СМО) – своеобразный класс систем, изучением которых занимается теория массового обслуживания путем исследования очередей.

Система массового обслуживания с потерями (с отказами) – система, в которой требование не может ждать начала обслуживания или система обслуживания отказывает требованию, если все обслуживающие устройства (исполнители) заняты.

Система с неограниченным ожиданием (без потерь) – система, в которой требования могут ожидать обслуживания неограниченное время.

Система с ограниченным ожиданием (с потерями) – система, в которой требования могут ожидать обслуживания только ограниченное время, по истечении которого, если к этому времени не освободится хоть одно обслуживающее устройство, они покидают систему.

Стационарный (регулярный) поток требований – поток, при котором его вероятностный режим не изменяется во времени, т. е. если интенсивность потока заявок постоянна (события (заявки) следуют друг за другом через строго определенные промежутки времени).

Транспортная задача – задача, состоящая в определении такого плана перевозок, при котором запросы всех потребителей будут удовлетворены полностью, весь продукт из пунктов производства вывезен, и суммарные транспортные издержки будут минимальны.

Цепь в неориентированном графе – последовательность ребер.

Цикл в неориентированном графе – конечная цепь, у которой начальная и конечная вершины совпадают.

Шероховатость поверхности – совокупность неровностей поверхности с относительно малыми шагами на базовой длине.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Коршунов, Ю. М. Математические основы кибернетики : учебное пособие / Ю. М. Коршунов. – М. : Энергия, 1972. – 376 с.
2. Веткасов, Н. И. Применение методов теории графов и линейного программирования для решения производственных и технологических задач : методические указания / Н. И. Веткасов, Ю. В. Псигин. – Ульяновск : УлГТУ, 2001. – 36 с.
3. Псигин, Ю. В. Основы математического моделирования производственных процессов : учебное пособие / Ю. В. Псигин; под ред. Н. И. Веткасова. – Ульяновск : УлГТУ, 2006. – 108 с.
4. Справочник технолога-машиностроителя: в 2 т. / А. М. Дальский, А. Г. Суслов, А. Г. Косилова и др.; под ред. А. М. Дальского, А. Г. Косиловой, Р. К. Мещерякова, А. Г. Сулова. – 5-е изд. перераб. и доп. – М. : Машиностроение-1, 2001.
5. Маталин, А. А. Технология машиностроения : учебник / А. А. Маталин. – СПб. : Лань, 2008. – 512 с.
6. Зарубин, В. С. Математическое моделирование в технике : учебник для вузов / В. С. Зарубин; под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко. – М. : МГТУ, 2010. – 495 с.
7. Лавров, Л. Г. Экономико-математические методы проектирования и управления АТП : учебное пособие / Л. Г. Лавров. – Н. Новгород : ННПИ, 1992. – 103 с.
8. Псигин, Ю. В. Лабораторные работы по дисциплине «Основы математического моделирования» : учебное пособие / Ю. В. Псигин, С. И. Рязанов, А. Д. Евстигнеев; под общ. ред. Н. И. Веткасова. – Ульяновск : УлГТУ, 2010. – 91 с.
9. Псигин, Ю. В. Управление системами и процессами машиностроения : учебное пособие / Ю. В. Псигин. – Ульяновск : УлГТУ, 2003. – 76 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Минимальные припуски на механическую обработку

Минимальные припуски на черновое обтачивание, растачивание и фрезерование заготовок, полученных горячей штамповкой, мм

Диаметр заготовки, мм	Припуск на размер при длине, мм				
	до 120	свыше 120 до 260	свыше 260 до 500	свыше 500 до 800	свыше 800 до 1250
До 50	1,7	2,0	2,4	2,8	3,2
от 50 до 120	2,0	2,2	2,6	2,9	3,3
от 120 до 260	2,2	2,4	2,7	3,0	3,4
от 260 до 500	2,5	2,7	2,8	3,1	3,5

Примечания:

1. Для штамповок из алюминиевых, магниевых и медных сплавов, а также для чернового проката повышенной точности припуски умножают на 0,8.
2. Припуски на все поверхности штамповки принимаются с учетом максимальных габаритных размеров.
3. При закреплении заготовки в патроне длина равна удвоенному расстоянию от наиболее удаленного торца до кулачков патрона.

Минимальные припуски на черновое обтачивание, растачивание и фрезерование поверхностей отливок, мм

Максимальный габаритный размер отливки, мм	Литье заготовок в песчаные формы	Литье заготовок в кокиль и оболочные формы
До 50	2,2	1,4
от 50 до 120	2,6	1,6
от 120 до 260	3,3	1,8
от 260 до 500	4,1	2,0

Примечание. Припуски на все поверхности отливки выбирают с учетом максимального размера (диаметра или длины).

Продолжение прил. А

Минимальные припуски на чистовое обтачивание и фрезерование заготовок из черного или калиброванного проката, мм

Диаметр или толщина, мм	Длина деталей, мм							
	до 120	св. 120 до 260	св. 260 до 500	св. 500 до 800	до 120	св. 120 до 260	св. 260 до 500	св. 500 до 800
	Термически необработанных				Термически обработанных			
До 50	0,5	0,6	0,8	1,0	0,8	1,0	1,2	1,4
от 50 до 120	0,6	0,7	0,9	1,1	0,85	1,1	1,2	1,5
от 120 до 260	0,7	0,8	1,0	1,2	0,9	1,1	1,3	1,6
от 260 до 500	0,8	0,9	1,1	1,3	0,95	1,2	1,4	1,7

Минимальные припуски на круглое наружное (в центрах и бесцентровое) и плоское шлифование заготовок

Диаметр или толщина, мм	Расчетная длина деталей, мм							
	до 120	св. 120 до 260	св. 260 до 500	св. 500 до 800	до 120	св. 120 до 260	св. 260 до 500	св. 500 до 800
	Термически необработанных				Термически обработанных			
До 18	0,15	0,18	0,25	–	0,18	0,22	0,3	–
от 18 до 50	0,18	0,22	0,28	0,35	0,2	0,28	0,35	0,5
от 50 до 120	0,2	0,25	0,3	0,4	0,25	0,35	0,4	0,55
от 120 до 500	0,25	0,3	0,35	0,45	0,3	0,4	0,5	0,65

Примечания:

1. К термически обработанным относят детали, которые прошли термическую обработку после чистового обтачивания.
2. Если шлифование выполняется за две операции, то на предварительное шлифование отводится 2/3 припуска, а на окончательное – 1/3.
3. При обработке в центрах расчетная длина равна длине детали. При обработке в патроне расчетная длина равна удвоенному расстоянию от торца до конца обрабатываемого участка вала.

Окончание прил. А

Минимальные припуски на черновое растачивание, зенкерование
и развертывание отверстий, мм

Диаметр отверстия, мм	Чистовое растачивание, зенкерование	Развертывание
До 10	–	0,12
от 10 до 30	0,5	0,16
от 30 до 50	0,6	0,2
от 50 до 120	0,9	–
Примечание. Если развертывание выполняется на двух переходах или операциях, то на предварительное развертывание отводится 2/3 припуска, на окончательное – 1/3.		

Минимальные припуски на черновое подрезание торцов, фрезерование и
строгание плоскостей, мм

Максимальный габаритный размер, мм	Сталь, полученная горячей штам- повкой	Литье в пес- чаные формы	Цветные и титановые сплавы, по- лученные штамповкой	Литье в ко- киль, обо- лочковые формы
До 50	0,9	1,1	0,7	0,6
от 50 до 120	1,0	1,1	0,8	0,7
от 120 до 260	1,2	1,3	0,9	0,8
от 260 до 500	1,5	1,6	1,1	1,0

Минимальные припуски на чистовое подрезание
торцов и на чистовое фрезерование плоскостей, мм

Диаметр или ширина, мм	Припуск, мм
До 50	0,3
от 50 до 120	0,4
от 120 до 260	0,55
от 260 до 500	0,7

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Допуски на диаметры валов и отверстий и линейные размеры, мм

Номинальные размеры, мм	Квалитет точности								
	6-й	7-й	9-й	10-й	11-й	12-й	14-й	15-й	16-й
Свыше 1 до 3	0,010	0,014	0,020	0,040	0,060	0,120	0,250	0,400	0,600
от 3 до 6	0,013	0,018	0,025	0,048	0,080	0,160	0,300	0,480	0,750
от 6 до 10	0,016	0,022	0,030	0,058	0,100	0,200	0,360	0,580	0,900
от 10 до 18	0,019	0,027	0,035	0,070	0,120	0,240	0,430	0,700	1,100
от 18 до 30	0,023	0,033	0,045	0,088	0,140	0,280	0,520	0,840	1,300
от 30 до 50	0,027	0,039	0,050	0,100	0,170	0,340	0,620	1,000	1,600
от 50 до 80	0,030	0,046	0,060	0,120	0,200	0,400	0,740	1,200	1,900
от 80 до 120	0,035	0,054	0,070	0,140	0,230	0,460	0,870	1,400	2,200
от 120 до 180	0,040	0,063	0,080	0,160	0,260	0,530	1,000	1,600	2,500
от 180 до 260	0,045	0,073	0,090	0,185	0,300	0,600	1,150	1,900	2,900
от 260 до 360	0,050	0,084	0,100	0,215	0,340	0,680	1,350	2,200	3,300
от 360 до 500	0,060	0,095	0,120	0,250	0,380	0,760	1,550	2,500	3,800
от 500 до 630	0,070	0,110	0,140	0,280	0,450	0,900	1,800	2,800	4,500
от 630 до 800	0,080	0,120	0,150	0,300	0,500	1,000	2,000	3,000	5,000

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Значения критерия Кохрена при доверительной вероятности $P = 0,95$

N	$f = k - 1$			
	1	2	3	4
2	0,999	0,998	0,939	0,906
3	0,967	0,871	0,789	0,746
4	0,907	0,768	0,684	0,628
5	0,841	0,684	0,598	0,544
6	0,781	0,616	0,532	0,480
7	0,727	0,501	0,480	0,481
8	0,680	0,516	0,438	0,391
9	0,639	0,478	0,403	0,358
10	0,602	0,445	0,373	0,331
12	0,541	0,392	0,326	0,288
15	0,471	0,335	0,276	0,242
20	0,389	0,271	0,221	0,191

ПРИЛОЖЕНИЕ Г

Значение критерия Стьюдента при доверительной вероятности $P = 0,95$

f	t	f	t	f	t	f	t
1	12,71	9	2,26	17	2,11	25	2,06
2	4,30	10	2,23	18	2,10	26	2,06
3	3,18	11	2,20	19	2,09	27	2,05
4	2,78	12	2,18	20	2,09	28	2,05
5	2,57	13	2,16	21	2,08	29	2,05
6	2,45	14	2,14	22	2,07	30	2,04
7	2,37	15	2,13	23	2,07	40	2,02
8	2,30	16	2,12	24	2,06	60	2,00

ПРИЛОЖЕНИЕ Д

Значение критерия Фишера при доверительной вероятности $P = 0,95$

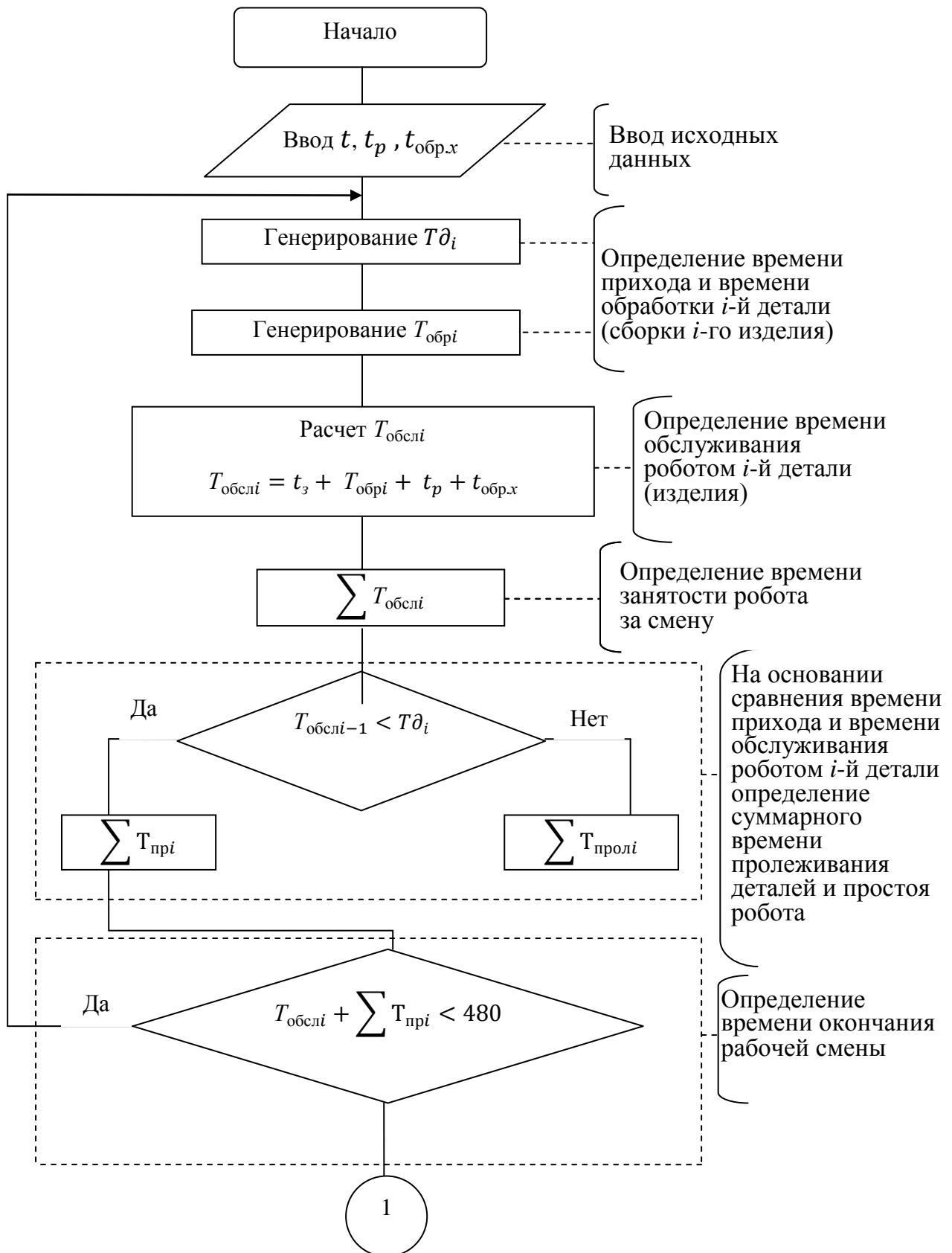
Число степеней свободы f_2	Число степеней свободы f_1 (для числителя)			
	1	2	3	4
1	161,45	199,50	215,72	224,57
2	18,51	19,00	19,16	19,25
3	10,13	9,55	9,28	9,12
4	7,71	6,94	6,59	6,39
5	6,61	5,79	5,41	5,19
6	5,99	5,14	4,76	4,53
7	5,59	4,74	4,35	4,12
8	5,32	4,46	4,07	3,84
9	5,52	4,26	3,86	3,63
10	4,96	4,10	3,71	3,48
11	4,84	3,98	3,59	3,36
12	4,75	3,88	5,49	3,26
13	4,67	3,80	3,41	3,18
14	4,60	3,74	3,34	3,11
15	4,54	3,68	3,29	3,06
16	4,49	3,63	3,24	3,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93
19	4,38	3,52	3,13	2,90
20	4,35	3,49	3,10	2,87
21	4,32	3,47	3,07	2,84
22	4,30	3,44	3,05	2,82
23	4,28	3,42	3,03	2,80

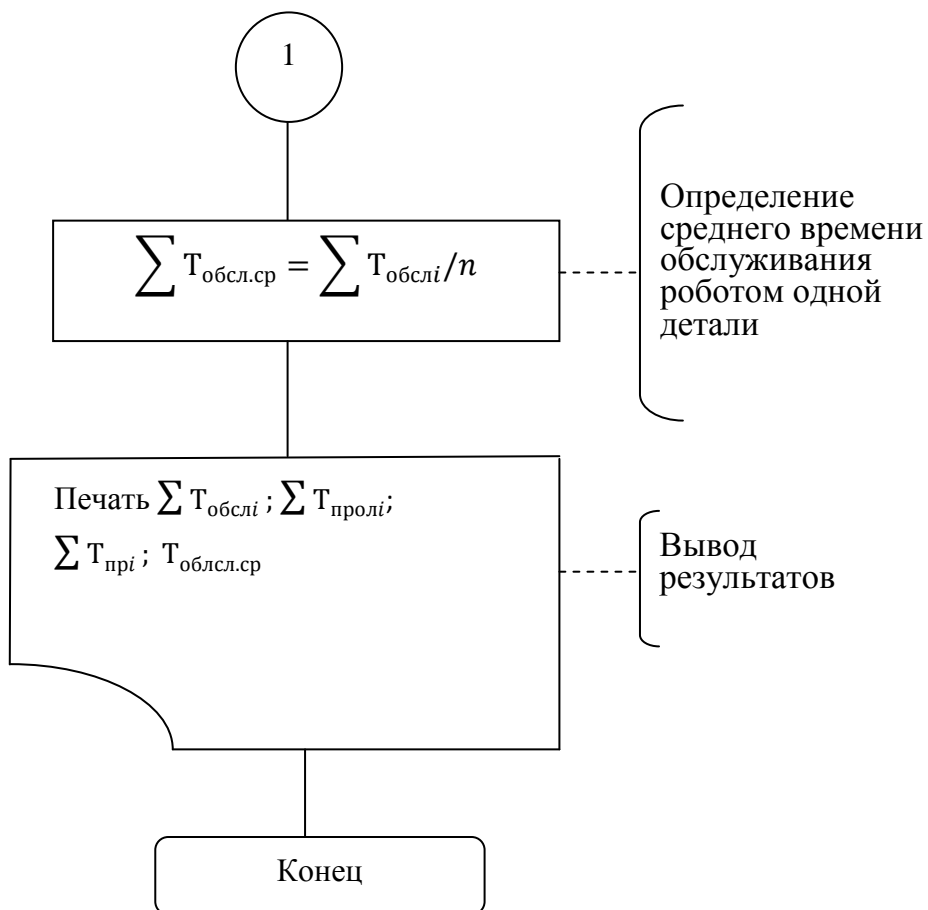
ПРИЛОЖЕНИЕ Ж

Система команд микроконтроллера

Сокращенное обозначение команды	Формат команды				Краткое содержание команды
	Код операции		Код операнда		
	№ 3	№ 2	№ 1	№ 0	
ВКЛ	0	5	0	0	Зажим схвата
	0	5	0	1	Выдвижение манипулятора
	0	5	0	2*	Поворот робота влево
	0	5	0	3	Перемещение робота вверх
	0	5	0	4**	Установка дополнительного упора
ВЫКЛ	0	6	0	0	Разжим схвата
	0	6	0	1	Втягивание манипулятора
	0	6	0	2	Поворот робота вправо (возврат в исходное положение)
	0	6	0	3	Перемещение робота вниз
	0	6	0	4***	Отключение дополнительного упора
Т	0	7	Х	Х	Выдержка времени. Например, команда 0701 – Т = 0,1 с; команда 070А – Т = 1 с; команда 07FF – Т = 25,5 с
СТОП	0	8	0	0	Останов программы
БУП	0	9	0	0	Возврат к началу программы
	0	0	0	0	Нет операции. Безусловный переход к выполнению следующей операции
<p>Примечания:</p> <p>* – Для робота ПР5-2Э-5.4 поворот заменен линейным перемещением;</p> <p>** – Только для робота ПР5-2Э-13. Упор устанавливают перед обработкой команды 0502, если необходимо выполнить поворот робота влево на угол 90°;</p> <p>*** – Только для робота ПР5-2Э-13. Упор обязательно убирают перед повторной обработкой команды 0502.</p>					

Блок-схема алгоритма программы «ROBOT»





Учебное издание

ПСИГИН Юрий Витальевич

**Лабораторный практикум по дисциплине
«Математическое моделирование в машиностроении»**

Учебное пособие

ЭИ № 370.

Редактор М. В. Теленкова
ЛР №020640 от 22.10.97

Подписано в печать 16.12.2014. Формат 60 × 84 1/16.
Усл. печ. л. 8,14. Тираж 75 экз. Заказ 1312.

Ульяновский государственный технический университет,
432027, г. Ульяновск, ул. Сев. Венец, д. 32.
ИПК «Венец» УлГТУ, 432027, г. Ульяновск, ул. Сев. Венец, д. 32.